

Technische Universität München
Institut für Informatik

Forschungs- und Lehrereinheit Informatik IX

Modellbasierte Unterstützung der
Diagnose und
Fehler-Möglichkeits- und -Einfluß-Analyse
von geregelten Kfz-Systemen

Diplomarbeit

Andreas Malik

Themensteller: Priv.-Doz. Dr. Dr. Peter Struss
Betreuer: Priv.-Doz. Dr. Dr. Peter Struss
Abgabetermin: 15. November 1995

Erklärung:

Ich versichere, daß ich diese Diplomarbeit selbständig verfaßt und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

München, den 15. November 1995

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Warum diese Arbeit?.....	1
1.2	Was behandelt diese Arbeit?.....	1
1.3	Welche Ergebnisse enthält diese Arbeit?.....	2
2	Das Problem	3
2.1	Beschreibung des geregelte Elektromotors.....	3
2.1.1	Aufbau und Funktion des Regelkreises.....	3
2.1.2	Beschreibung des Motors.....	4
2.1.3	Beschreibung des Reglers.....	7
2.1.4	Beschreibung der Drehzahlerfassung.....	7
2.1.5	Beschreibung des Impulsrades.....	8
2.1.6	Beschreibung des Sensors.....	9
2.1.7	Beschreibung der Auswerteschaltung.....	9
2.1.8	Beschreibung der Berechnungsroutine.....	9
2.2	Einsatz, Fehler und Auswirkungen des geregelten Elektromotors	10
2.2.1	Sollwertverläufe.....	10
2.2.2	Korrektes Verhalten des geregelten Elektromotors.....	10
2.2.3	Fehlermöglichkeiten des Reglers.....	11
2.2.4	Fehlermöglichkeiten des Motors.....	11
2.2.5	Fehlermöglichkeiten der Drehzahlermittlungseinheit.....	12
2.2.6	Fehlermöglichkeiten der Befestigung.....	12

2.2.7	Fehlermöglichkeiten des Impulsrades.....	13
2.2.8	Fehlermöglichkeiten des induktiven Sensors und der Berechnungsroutine.....	13
2.2.9	Beobachtbarkeit	14
2.3	Diagnose und FMEA.....	14
2.3.1	Fehlerursachen, Fehlerarten und Fehlerauswirkungen	14
2.3.2	Diagnose.....	15
2.3.3	FMEA.....	16
2.3.4	Modellbasierte Unterstützung von Diagnose und FMEA	17
2.4	Kompositionale, konsistenzbasierte Verhaltensvorhersage	17
2.4.1	Warum kompositional?.....	18
2.4.2	Warum lokale Propagierung?	19
2.4.3	Warum Fehlermodelle?.....	20
2.4.4	Warum qualitative Beschreibung?.....	21
2.4.5	Warum keine Simulation?.....	22
2.5	Vorgehensweise bei der Modellierung	22
2.5.1	Herausforderung 1: Rückkopplungen	24
2.5.2	Herausforderung 2: Zeitdiskretes Verhalten.....	25
2.5.3	Herausforderung 3: Periodisches Verhalten	25
3	Modellierung von Regelkreisen am Beispiel des geregelten Elektromotors	26
3.1	Die Struktur des äußeren Regelkreises.....	27
3.2	Signalabstraktion.....	28
3.3	Qualitative Abstraktion.....	28

3.4	Qualitative Abstraktion im Regelkreis.....	33
3.5	Der Motor	34
3.6	Der Regler	37
3.7	Die Drehzahlerfassung	38
3.8	Leitungen.....	42
4	Evaluierung der Modellierung des Regelkreises	43
4.1	Implementierung	43
4.2	Fehlerursachen, Fehlerauswirkungen und Fehlererkennung im Regelkreis	45
4.3	Mächtigkeit der Modelle zur Diagnose des Regelkreises – theoretische Ergebnisse.....	47
4.4	Praktische Anwendung der Modelle zur Unterstützung von FMEA	51
4.5	Praktische Anwendung der Modelle zur Diagnose	54
4.6	Ergänzungen und Erweiterungen für andere Sollwertverläufe	56
5	Modellierung der Drehzahlerfassung.....	58
5.1	Modellierung des Impulsrades	61
5.2	Modellierung des induktiven Sensor und der Auswerteschaltung	71
5.3	Berechnungsroutine	73
6	Formale Abstraktion zeitdiskreten / periodischen Verhaltens	76
6.1	Abstraktion charakteristischer Zeitpunkte.....	76
6.2	Abstände, Abweichungen und Tendenzen in einer Folge charakteristischer Zeitpunkte.....	80
6.3	Auswahl und periodische Folgen	86
6.4	Formale Darstellung der Modelle der Drehzahlerfassung	90

7	Evaluierung der Modellierung der Drehzahlerfassung.....	94
7.1	Implementierung	94
7.2	Einbettung der Modelle in den Gesamtregelkreis	95
7.3	Einsatz der Modelle für On-Board-Diagnose	97
7.4	Beispiel einer Vorhersage	98
7.5	Systematische Auswertung der Modelle der Drehzahlerfassung	101
7.6	Geht es noch besser?	103
8	Zusammenfassung und Diskussion.....	105
8.1	Erzielte Ergebnisse	105
8.2	Die nächsten Schritte.....	105
9	Literatur	107
A	Anhang	119

1 Einleitung

1.1 Warum diese Arbeit?

Diese Arbeit entstand als Teil einer Kooperation zwischen der TU München und der Robert Bosch GmbH Stuttgart. Das Ziel dieser Kooperation ist es, **Entwurf-, Analyse- und Diagnoseaufgaben** im dem Bereiche der Kfz-Industrie durch **modellbasierte Vorhersage- und Diagnosetechniken** zu unterstützen. Qualitative, kompositionale Verfahren treffen dabei genau die Forderungen dieser Domäne nach Vollständigkeit und Wiederverwendbarkeit. Für **statische Systeme** wurden bereits überzeugende Ergebnisse erzielt, die eine Umsetzung in praktische Anwendungen nahelegen. **Dynamische Systeme** gestalten sich demgegenüber ungleich komplizierter. Ihr Verhalten ist nicht allein durch den gegenwärtigen Wert der Zustandsvariablen charakterisierbar, sondern vielfach Abhängig vom der vorangegangenen Entwicklung. Eine geeignete Systembeschreibung für wissensbasierten Anwendungen erfordert deshalb neue Methoden der Abstraktion und neue Darstellungen für temporale Zusammenhänge.

1.2 Was behandelt diese Arbeit?

Als motivierendes Beispiel und gleichzeitig als praktische Anwendung behandelt diese Arbeit einen Regelkreis mit Elektromotor. Der Aufbau ist wie folgt: Ein Regler steuert einen Motor durch Änderung der anliegenden Spannung. Neben einer vorgegebenen Solldrehzahl erhält der Regler von einer Drehzahlerfassung Information über die aktuelle Motordrehzahl. In diesem einfachen Beispiel zeigen sich bereits grundlegende Herausforderungen an die Modellierung dynamischer Systeme: **Rückkopplungen** bewirken ein **zeitabhängiges Verhalten**, wobei Fehlerauswirkungen durch Gegensteuerung kompensiert sein können. Die Drehzahlerfassung ist zudem in sich eine Komponente mit komplexem dynamischen Verhalten: Ein mit der Motorachse rotierendes, ferromagnetisches Impulsrad induziert Spannungsimpulse in einem Sensor. Aus der Auswertung der zeitlichen Abstände dieser Impulse läßt sich die Motordrehzahl errechnen. Die Aufgabenstellung lautet, mit **wenigen Meßpunkten** eine auftretende **Fehlerursache** zu **erkennen** und zu **lokalisieren**.

1.3 Welche Ergebnisse enthält diese Arbeit?

Ausgehend von den durch das Beispiel implizierten Anforderungen werden im Verlauf dieser Arbeit bestehende Methoden zur qualitativen Modellierung vorgestellt und neue Methoden entwickelt. Am Beispiel des Regelkreises wird eine **lokale Charakterisierung von Klassen dynamischen Systemverhaltens** erarbeitet. Anhand der Modellierung der Drehzahlerfassung wird eine **ökonomische Repräsentation für regelmäßig wiederkehrend Signalverläufe** angegeben.

Die **Ergebnisse** dieser Arbeit demonstrieren, daß auch dynamische Systeme mit einfachen, qualitativen Methoden modelliert werden können. Die präsentierten Lösungen lassen sich leicht auf andere dynamische Domänen übertragen.

2 Das Problem

In diesem Kapitel wird das Anwendungsbeispiel, der geregelte Elektromotor, genauer vorgestellt. Es wird dargelegt, warum für diese Diagnoseaufgabe ein kompositionaler, qualitativer Ansatz wünschenswert ist. Ferner wird auf Anforderungen eingegangen, die sich aus der gestellten Aufgabe ergeben.

2.1 Beschreibung des geregelte Elektromotors

Vorangegangene Arbeiten auf dem Gebiet der Modellierung mechatronischer Systeme haben bei bestehenden Methoden der qualitativen Modellierung Schwächen bei der Behandlung dynamischer Systeme aufgezeigt [Struss – Malik – Sachenbacher 95]. Angeregt dadurch befaßt sich diese Arbeit gezielt mit Problemen bei der Modellierung von Regelkreisen. Dazu wurde der TU München von der Robert Bosch GmbH Stuttgart ein Beispiel gestellt, daß als typisch für die Klasse der Systeme mit Regelkreisen gelten kann. Es handelt sich dabei um die Ansteuerung eines Elektromotor, wie er z. B. zur Steuerung der Drosselklappenstellung in Kraftfahrzeugen eingesetzt wird.

2.1.1 Aufbau und Funktion des Regelkreises

Das Regelkreis setzt sich zusammen aus einem **Regler (R)**, einem **Elektromotor (M)** und einer **Drehzahlermittlungseinheit (Drehzahlerfassung)**. Sein Aufbau ist schematisch in **Abbildung 1** illustriert. Während die Drehzahlerfassung direkt an die Motorachse gekoppelt ist, wird die Verbindung des Reglers mit dem Motor und mit der Drehzahlerfassung über **Signalleitungen** hergestellt. Kontakt zur Außenwelt besteht über eine Leitung, die ein **Sollwertsignal** von einer vorgeschalteten Komponente an den Regler überträgt und über den Einfluß, der durch die Winkelgeschwindigkeit des Motors erreicht wird (also beispielsweise die Änderung der Drosselklappenstellung).

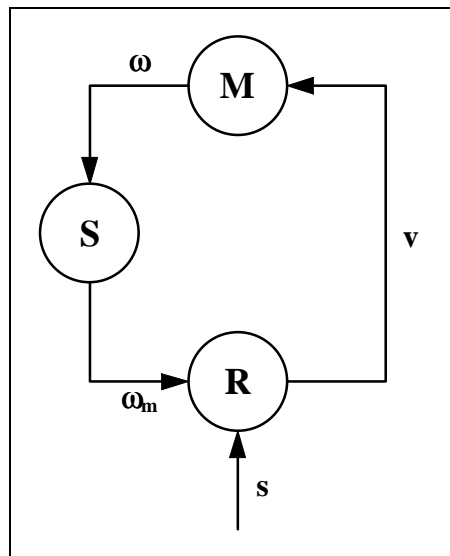


Abbildung 1: Der Regelkreis mit Elektromotor

Aufgabe des Regelkreises ist es, zu einem vorgegebenen **Sollwertsignal** (s) eine korrespondierende **Motorgeschwindigkeit** (ω) einzustellen. Dies wird bewirkt, indem der Regler in Abhängigkeit vom Sollwert die am Motor anliegende **Spannung** (v) anpaßt. Dabei wird auch die von der Drehzahlerfassung geliefert **gemessene Drehzahl** (ω_m) mit berücksichtigt.

Als Ausgangspunkt für diese Arbeit lagen **quantitative Gleichungen** vor, die von der Robert Bosch GmbH für numerische Simulationen dieses Regelkreises verwendet wurden. Diese Gleichungen geben für jede Komponente eine Beziehung für ihre Verbindungsvariablen vor. Zum besseren Verständnis der auftretenden Elemente werden sie hier noch einmal hergeleitet.

2.1.2 Beschreibung des Motors

Der Motor im Beispiel soll einen typischen Gleichstrommotor darstellen. Die gewünschte Funktion des Motors, einen elektrischen Strom in Rotationsenergie umzusetzen, wird wie folgt erreicht:

Ein Anker mit mehreren Wicklungen (Spulen) ist im homogenen Magnetfeld zwischen zwei Feldspulen drehbar gelagert. Fließt Strom durch die Ankerwicklungen, so erzeugt er durch Wechselwirkung mit dem Magnetfeld ein Drehmoment, der den Anker in Rotation versetzt. Die Enden der Ankerwicklungen sind mit einem Kommutator verbunden, welcher durch wechselnden Kontakt mit spannungsfüh-

renden Bürsten den Stromfluß in den Wicklungen und somit die Drehrichtung des Motors bestimmt.

Ein mathematisches Modell für den Gleichstrommotor erhält man aus der elektrischen Bilanzgleichung

$$v = R * i + c_1 * \omega \quad (1)$$

und der mechanischen Bilanzgleichung

$$J * \frac{d\omega}{dt} = c_2 * i - c_3 * \omega \quad (2)$$

Dabei gelten die folgenden Bezeichnungen:

- ω Winkelgeschwindigkeit [s^{-1}]
- v Spannung [V]
- i Strom [A]
- R Widerstand von Feld- und Ankerspule [Ω]
- J Massenträgheitsmoment [$kg\ m^2$]
- c_1 Flußkonstante [Vs]
- c_2 Antriebskonstante [Vs]
- c_3 Eisenverlustkonstante [VAs^2]

Quelle: [Linde 94]

Eliminiert man aus (1) und (2) die Stromstärke i , so erhält man

$$R * J * \frac{d\omega}{dt} = c_2 * v - (c_1 * c_2 + c_3 * R) * \omega$$

Zur Vereinfachung werden die neuen Konstanten

$$T = \frac{R * J}{c_1 * c_2 + c_3 * R}$$

und

$$k_M = \frac{c_2}{c_1 * c_2 + c_3 * R}$$

eingeführt, wodurch sich nachfolgende Gleichung ergibt:

$$T * \frac{d\omega}{dt} = k_M * v - \omega \quad (3)$$

Diese Differentialgleichung soll als Grundlage für ein zu erstellendes Modell des Motors verwendet werden. Aus ihr lassen sich folgende Eigenschaften des Gleichstrommotors ableiten:

- (1) Ist die Spannung nach oben hin durch v_{\max} begrenzt, so ist damit auch eine maximale Drehzahl und eine maximale Beschleunigung festgelegt

$$\omega_{\max} = k_M * v_{\max}, \quad \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_{\max} = \frac{k_M * v_{\max}}{T}.$$

Im Anwendungsbereich tritt meist keine größere Spannung als die Batteriespannung auf.

- (2) Bei konstanter Spannung v_c nähert sich die Drehzahl exponentiell dem Wert $\omega_c = k_M * v_c$ an. Gilt $\omega = \omega_c$, so bleibt die Drehzahl stabil. Der Zustand in dem sich Spannung und Drehzahl nicht oder nur noch sehr geringfügig ändern, wird als *statisches Gleichgewicht* (*steady state*) bezeichnet. Die Intensität der Annäherung und damit die Zeitdauer bis ein statisches Gleichgewicht erreicht wird hängt allein von der Konstante T und somit vom Massenträgheitsmoment J sowie vom Widerstand der Feld- und Ankerspule R ab. (vgl. **Abbildung 2**)

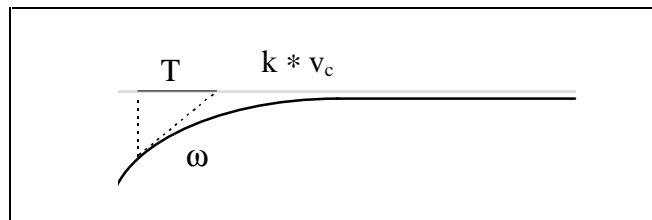


Abbildung 2: Annäherung der Motorgeschwindigkeit an das stabile Gleichgewicht

- (3) Steigt oder fällt die Spannung gleichmäßig, d. h. hat die Ableitung der Spannung konstant den Wert $\frac{dv}{dt} = \alpha_c$, so nähert sich auch die Ableitung der Drehzahl dem konstanten Wert $\frac{d\omega}{dt} = k_M * \alpha_c$ an. Der Zustand mit nahezu konstanten Ableitungen für Spannung und Drehzahl wird auch als *dynamisches Gleichgewicht* (*steady change*) bezeichnet. Die Intensität der Annäherung an dieses Gleichgewicht wird auch in diesem Fall vom Massenträgheitsmoment und vom Widerstand beeinflusst.

2.1.3 Beschreibung des Reglers

Der Regler paßt die Spannung v , mit der der Motor angesteuert wird, der vorgegebenen Sollfrequenz s und der gemessenen Drehzahl ω_m an. Dies erfolgt nach der Vorgabe eines Regelalgorithmus.

Für das Beispiel wurde von Bosch ein einfacher P-Regler gewählt, d. h. die steuernde Spannung ist proportional zum Soll- und Meßwert (im Gegensatz zu PI-Reglern z. B., die neben einem proportionalen auch noch einen integrierten Anteil des Stellsignals haben). Es gilt der Zusammenhang

$$k_R * v = 2 * s - \omega_m \quad (4)$$

Dabei stellt k_R eine Reglerkonstante dar, die adaptiv an den verwendeten Motor angepaßt wird. Aus der Motorgleichung (3) und der Reglergleichung (4) erhält man bei stabilem Gleichgewicht ($\frac{d\omega}{dt} = 0$)

$$\omega = k_M * v = \frac{k_M}{k_R} * (2 * s - \omega_m)$$

und durch weitere Umformungen mit $c := \frac{\omega_m}{\omega}$

$$\omega = \frac{k_M}{k_R + c * k_M} * 2 * s \quad (5)$$

Unter der Annahme, daß die gemessene Drehzahl ω_m mit der Motordrehzahl ω übereinstimmt (also $c = 1$), stimmt ω genau dann mit der Sollwertvorgabe s überein, wenn $k_R = k_M$.

2.1.4 Beschreibung der Drehzahlerfassung

Die Drehzahlerfassung ist ihrerseits wiederum ein System, das aus mehreren Komponenten besteht. Dennoch kann das intendierte Verhalten der Drehzahlerfassung auch ohne Kenntnis der Interna beschrieben werden als

$$\omega_m = \omega \quad (6)$$

Diese einfache Gleichung sagt aus, daß der gemessene Drehzahlwert mit dem tatsächlichen Drehzahlwert übereinstimmen soll. (Wohlgedenkt ist ω_m ein Signal auf einer Leitung, z. B. als Spannung kodiert, während ω eine echte Rotationsbe-

wegung der Motorachse darstellt.) Tatsächlich ermittelt die Drehzahlerfassung nur bei unbeschleunigter Drehbewegung des Motors akkurate Werte, bei Beschleunigung tritt ein Meßfehler auf, der in der Größenordnung von $\sqrt{\frac{d\omega}{dt}}$ liegt. Da das Motormodell jedoch schon eine Beschränkung für $\frac{d\omega}{dt}$ geliefert hat, kann man ableiten, daß für größere Drehzahlen die relative Abweichung unerheblich ist.

Mehr über die Drehzahlerfassung erfährt man bei näherer Betrachtung ihres Aufbaus. Konkret setzt sie sich aus einem **Impulsrad**, einem **induktiven Sensor**, einer **Auswerteschaltung** und einer **Berechnungsroutine** zusammen. Dabei sorgt eine **Befestigung** für eine Kopplung zwischen Impulsrad und Motorachse, die Verbindung zwischen Sensor, Auswerteschaltung und Berechnungsroutine erfolgt wieder mittels Signalleitungen. **Abbildung 3** veranschaulicht das Zusammenwirken der Komponenten.

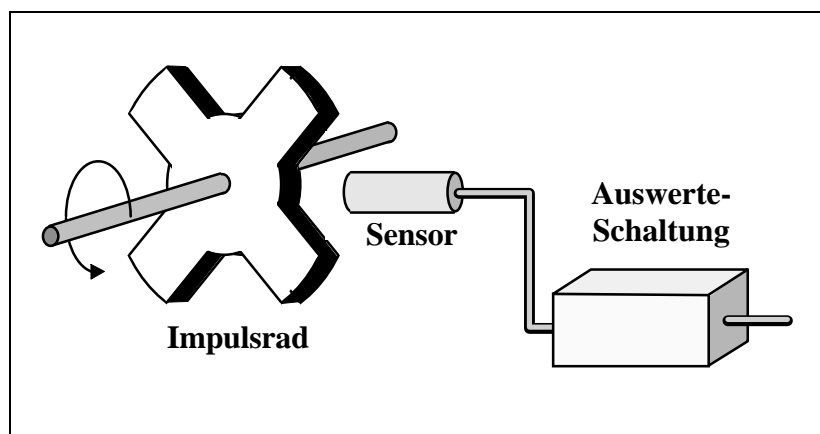


Abbildung 3: Aufbau der Drehzahlerfassung

Das Impulsrad erzeugt bei Rotation (ω_R) eine wechselnde Permeabilität (μ) im Meßbereich des Sensors. Diese induziert im Sensor ein Spannungssignal (v_{ind}), welches von der Auswerteschaltung in eine Impulsfolge (I) umgewandelt wird. Aus dem Abstand der Impulse errechnet die Berechnungsroutine die gemessene Drehzahl (ω_m).

2.1.5 Beschreibung des Impulsrades

Das Impulsrad ist ein Zahnrad aus ferromagnetischem Material, mit einer vorgegebenen Zahl gleichförmiger, äquidistanter Zähne. Da die Permeabilität eines Zahns

(materialabhängig, $\mu_{\text{mat}} \approx 1000$) wesentlich höher liegt als die Permeabilität der Zahnzwischenräume (Luft, $\mu = 1$), wird bei Rotation des Impulsrades lokal eine starke Permeabilitätsänderung verursacht. Die Frequenz dieser Änderung entspricht bei gleichmäßiger Drehbewegung der Rotationsfrequenz des Rades multipliziert mit der Zähnezahl.

2.1.6 Beschreibung des Sensors

Der Sensor ist wieder ein Aggregat aus mehreren Einzelkomponenten, die hier jedoch nur in ihrer Gesamtfunktion beschrieben werden sollen. So beinhaltet er u. a. einen Magneten und eine Spule. Diese sind Teil eines magnetischen Kreises, der sich im Meßbereich vor dem Sensor schließt. Ändert sich nun die Permeabilität im Meßbereich, so ändert sich damit auch die Stärke des magnetischen Flusses, wodurch in der Spule Spannung induziert wird. Sprunghafte Permeabilitätsänderungen, wie sie das Impulsrad verursacht, erzeugen kurze Spannungstöße.

2.1.7 Beschreibung der Auswerteschaltung

Die Auswerteschaltung ist in ihrer Funktion eng an das Ausgangssignal des induktiven Sensors gebunden. Sie bereitet die Spannungstöße auf und liefert klare Impulse. Ein Impuls wird immer dann erzeugt, wenn das Spannungssignal einen festgelegten Schwellwert überschreitet. Der nächste Impuls wird erst ausgelöst, wenn sich das Spannungssignal zwischenzeitlich wieder unter dem Schwellwert befindet. So wird in Verbindung mit dem induktiven Sensor und dem Impulsrad z. B. immer dann ein Impuls erzeugt, wenn eine steigende Zahnflanke den Sensor passiert.

2.1.8 Beschreibung der Berechnungsroutine

Die Berechnungsroutine ist eine Softwarekomponente. Sie errechnet aus dem Abstand zweier aufeinanderfolgender Impulse der Auswerteschaltung die vermeintliche Rotationsgeschwindigkeit des Impulsrades. Dazu wird mittels einer internen Uhr die Zeit (dI) zwischen den Impulsen gestoppt. Diese wird dann durch den von der nominellen Zähnezahl abhängigen Winkel geteilt.

$$\omega_m = dI \div \frac{2\pi}{N_a} = \frac{dI * N_a}{2\pi} \quad (7)$$

2.2 Einsatz, Fehler und Auswirkungen des geregelten Elektromotors

Die Beschreibung des geregelten Elektromotors ist bewußt allgemein gehalten, so daß sie nicht nur für eine einzelne Systemkonfiguration gültig ist, sondern eine ganze **Klasse von Systemen** abdeckt. Zwar entstammt die Aufgabenstellung einer konkreten Anwendung – der Steuerung einer Drosselklappenstellung – doch sind die zugrundeliegenden Beziehungen auf viele andere Anwendungen von Regelkreisen übertragbar.

Die bisherige Darstellung hat sich auf eine Zusammenfassung der zugrundeliegenden physikalischen oder algorithmischen Zusammenhänge beschränkt. Im Folgenden soll näher auf Kontextbedingungen sowie auf korrektes und fehlerhaftes Verhalten eingegangen werden.

2.2.1 Sollwertverläufe

Ebenso allgemein wie die Systembeschreibung, lassen sich auch typische Einsatzsituationen für diesen Regelkreis angeben. Ein von der Robert Bosch GmbH gestelltes Szenario lautet etwa wie folgt:

„Als Sollwertvorgabe gilt über einen längeren Zeitraum 2000 UpM, so daß der Regelkreis Zeit hat, sich zu stabilisieren. Dann wird der Sollwert innerhalb von 100 ms linear auf 2200 UpM hochgefahren und dieser Wert gehalten.“

Abstrahiert man daraus charakteristische Sollwertverläufe, so erhält man

- Perioden mit gleichbleibendem, konstanten Sollwert und
- Zwischenphasen mit (linearer) Sollwertänderung.

Als Spezialfälle kann man sehr schnelle Sollwertänderungen (Sprünge) und sehr langsame Sollwertänderungen (Rampen) betrachten.

2.2.2 Korrektes Verhalten des geregelten Elektromotors

Vernachlässigt man aus den in Kapitel 2.1.4 erwähnten Gründen die Abweichung der gemessenen Drehzahl von der tatsächlichen Motordrehzahl, so läßt sich das durch die Differentialgleichungen (3), (4) und (6) aufgestellte Gleichungssystem für vorgegebene Anfangsbedingungen und vorgegebene Sollwertverläufe lösen.

Unter der Annahme, daß korrekterweise $k_R = k_M$ gilt, erhält man für einen gleichbleibende Sollwert $s = s_c$, daß sich die Winkelgeschwindigkeit ω des Motors dem Sollwert s_c auf einer Exponentialkurve asymptotisch nähert. Gleichfalls nähert sich die Steigung der Motordrehgeschwindigkeit $\frac{d\omega}{dt}$ bei einer Sollwertrampe der Sollwertsteigung $\frac{ds}{dt} = \alpha_c$ an. Für die Motorgeschwindigkeit gilt dabei:

$$\omega = s - \frac{T}{2} \frac{d\omega}{dt} \approx s - \frac{T}{2} \alpha_c$$

Abbildung 4 veranschaulicht dieses Regelverhalten.

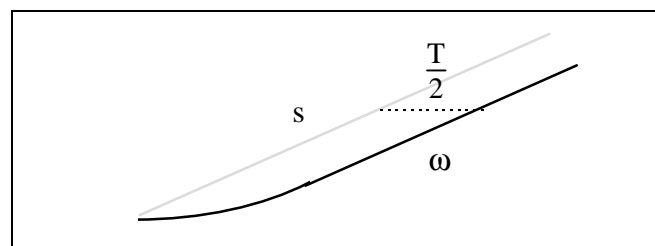


Abbildung 4: Beschleunigungsverhalten des Motors

2.2.3 Fehlermöglichkeiten des Reglers

Ein Fehler des Regelkreises äußert sich in einer Abweichung von dem unter 2.2.2 geschilderten Verhalten. Bei dem Regler wird davon ausgegangen, daß die Reglergleichung (4) an sich nicht verletzt wird. Allerdings ist es denkbar, daß bei der adaptiven Ermittlung der Reglerkonstante k_R ein Fehler auftrat. Allgemein kann die Konstante nur entweder zu hoch oder zu niedrig gewählt sein. Ist k_R zu klein gewählt, so ergibt sich aus Gleichung (5), daß die eingeregelt Motor-geschwindigkeit für positive Sollwertvorgaben zu hoch ist. Umgekehrt ist die eingeregelt Motor-geschwindigkeit bei zu großem k_R zu niedrig

2.2.4 Fehlermöglichkeiten des Motors

Von der Robert Bosch GmbH sind keine Fehlermöglichkeiten des Motors vorgegeben worden. Ausgehend von der Motorbeschreibung in Kapitel 2.1.2 kann man jedoch folgende Fehlerfälle konstruieren:

- Verringerte Flußkonstante c_1
 \Rightarrow erhöhte Motorkonstante k_M und Trägheit T

- Erhöhte Eisenverlustkonstante c_2
 ⇒ verringerte Motorkonstante k_M und Trägheit T
- Verringerte Antriebskonstante c_3
 ⇒ verringerte Motorkonstante k_M und erhöhte Trägheit T
- Erhöhter Widerstand von Feld- und Ankerspule R
 ⇒ verringerte Motorkonstante k_M und erhöhte Trägheit T
- Erhöhte/verringerte Massenträgheit J
 ⇒ erhöhte/verringerte Trägheit T

Die Gleichgewichtsgleichung (5) sagt dabei für erhöhte Motorkonstante k_M auch eine erhöhte Winkelgeschwindigkeit ω des Motors voraus. Eine erhöhte Trägheit äußert sich in einer längeren Einregelzeit.

2.2.5 Fehlermöglichkeiten der Drehzahlermittlungseinheit

Der Schwerpunkt der betrachteten Fehlerarten liegt bei der Drehzahlerfassung. So kann hier sowohl der Sensor, als auch das Impulsrad oder seine Befestigung an der Achse Ursache für Inkorrektheiten sein.

2.2.6 Fehlermöglichkeiten der Befestigung

Um die Fehlermöglichkeiten der Impulsrad-Befestigung genauer festzulegen, wird für diese Befestigung die Gleichung

$$\omega_R = (1 - S) * \omega$$

angegeben, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit der Motorachse, ω_R die Winkelgeschwindigkeit des Impulsrades und S den Schlupffaktor bezeichnet. Der fehlerfreie Fall kennzeichnet sich dadurch, daß keine Schlupf vorliegt, also $S = 0$, und somit Achse und Rad gleich schnell laufen. Abweichend ergeben sich folgende Defekte:

- **konstanter Schlupf:** $0 < S < 1$ mit $\frac{dS}{dt} = 0$
- **unregelmäßiger Schlupf:** $0 < S < 1$ aber nicht immer $\frac{dS}{dt} = 0$
- **totaler Schlupf** (keine Mitnahme): $S = 1$

Der unregelmäßige Schlupf ist eine zusätzliche, nicht von Bosch gestellte Ausfallart. Sie erscheint jedoch zum einen physikalisch wahrscheinlicher als ein regel-

mäßiger Schlupf, zum andern wird sich zeigen, daß sie schwer handhabbar ist und deshalb eine echte Herausforderung darstellt.

2.2.7 Fehlermöglichkeiten des Impulsrades

Das **Impulsrad** selber hat eine Vielzahl möglicher Fehlerarten, die sowohl im mechanischen, als auch im ferromagnetischen Aspekt wurzeln können. So kann die vom Impulsrad erzeugte Zahnfolge durch Fehler in der Zahnstruktur gestört sein. Diese können sich äußern in

- einer **falschen Zähnezahl** des Impulsrades (d. h. es wurde ein falsches Impulsrad eingebaut, das nicht die vorgesehene Anzahl Zähne hat); die Zähnezahl kann entweder zu hoch oder zu niedrig sein,
- einem **ausgebrochenen Zahn**,
- einer **Nut** in einem Zahn oder einem **Grat** in einer Lücke, die so groß sind, daß durch sie ein zusätzlicher Impuls erzeugt werden kann oder
- einem **verschobenen Zahn** (d. h. entweder ein Zahn, der aufgrund von Fertigungsproblemen einen unregelmäßigen Zahnabstand aufweist, oder ein Zahn, dessen Flanke durch Abnutzung signifikant zu spät erkannt wird).

Auf die Rotation des Motors wirkt sich in erster Linie aus, ob das fehlerhafte Zahnrad insgesamt zu viele oder zu wenig Zähne hat. Entsprechend wird der Faktor c in Gleichung (5) erhöht oder erniedrigt, was eine niedrigere bzw. höhere Enddrehzahl ω des Motors zur Folge hat. Ferner wirkt sich auch die Unregelmäßigkeit des Zahnmoduls zum Teil auf die Rotation des Motors aus, da durch die resultierenden Spannungsschwankungen der Motor unruhig läuft.

Die spezifische Permeabilität des Materials hat auf die Permeabilitätsänderung einen entscheidenden Einfluß. So kann es vorkommen, daß ein eingebautes Impulsrad **nicht ferromagnetisch** ist und deshalb keine (ausreichende) Permeabilitätsänderung verursacht.

2.2.8 Fehlermöglichkeiten des induktiven Sensors und der Berechnungsroutine

Die Wirkungsweise des **Sensors** beruht grundlegend darauf, daß sein Meßbereich von den Zähnen des Impulsrades durchlaufen wird. Einerseits darf das Impulsrad

nicht anstoßen, andererseits soll der Abstand zwischen Sensor und Impulsrad (der Spalt) möglichst klein sein. Ein **zu großer Spalt** bedeutet, daß die Änderung des Magnetflusses und damit auch die induzierte Spannung zu gering ist, um erkannt zu werden.

Die **Auswerteschaltung** wird als fehlerfrei angenommen, ebenso die **Berechnung** der ermittelten Drehzahl ω_m aus der Impulsfolge I. Es kann jedoch eine falsche Zähnezahln N_a vorgegeben sein, wodurch der errechnete Meßwert ω_m von der tatsächlichen Drehzahl ω abweicht, wie sich aus Gleichung (23) ergibt.

2.2.9 Beobachtbarkeit

Die diversen Variablen des Systems sind unterschiedlich gut beobachtbar oder meßbar.

Bei Beobachtung durch einen Mechaniker kann der vorgegebene Sollwert und die resultierende Motordrehzahl bekannt sein. Mit zusätzlichem Aufwand könnte dann die Spannung am Motor oder die gemessene Drehzahl ermittelt werden.

Für diese Arbeit sind Bedingungen vorgegeben, die einer On-Board Diagnose entsprechen. Es wird angenommen, daß die Daten durch eine Überwachungsroutine verarbeitet werden, die in der Nähe des Reglers angesiedelt ist, und die Zugang zur gemessenen Drehzahl ω_m und zur vorgegebenen Drehzahl s hat. Dabei sollen Messungen in einer beliebig feinen zeitlichen Granularität und in beliebiger Menge vorliegen.

2.3 Diagnose und FMEA

2.3.1 Fehlerursachen, Fehlerarten und Fehlerauswirkungen

In der Terminologie der Fehleruntersuchung wird zwischen Fehlerursachen, Fehlerarten und Fehlerauswirkungen unterschieden. Diese Begriffe sind wie folgt unterschieden:

- **Fehlerursachen** sind primäre Störungen oder Ausfallursachen einer Komponente. Dies kann ein abweichender Parameter, eine gestörte Verbindung o. ä. sein. „konstanter Schlupf“ ist beispielsweise eine Fehlerursache der Befesti-

gung des Impulsrades. Fehlerursachen werden in der Modellierung durch Fehlermodelle abgebildet.

- **Fehlerarten** sind Verhaltensmuster, die Komponenten aufgrund von Fehlerursachen aufweisen. „Rad läuft langsamer als Achse“ ist eine Fehlerart der Befestigung, die u. a. durch die Fehlerursache „konstanter Schlupf“ hervorgerufen sein kann. Die Fehlerarten einer Komponente sind Fehlerursachen des (Sub-)Systems, in dem sie enthalten sind. So ist „Rad läuft langsamer als Achse“ eine Fehlerursache der Drehzahlerfassung, die hier die Fehlerart „Meßwert ist kleiner als Achsendrehzahl“ begründet.
- **Fehlerauswirkungen** sind die Effekte, die eine Fehlerart einer Komponente oder eines (Sub-)Systems auf den Kontext hat. „Meßwert ist kleiner als Achsendrehzahl“ hat in diesem Fall auf den Kontext der Drehzahlerfassung (den Regelkreis) die Auswirkung „Motordrehzahl zu hoch“. Fehlerauswirkungen sind Fehlerarten auf der nächsthöheren Hierarchieebene. So ist „Meßwert ist kleiner als Achsendrehzahl“ eine Fehlerauswirkung der Fehlerursache „konstanter Schlupf“ im Kontext der Drehzahlerfassung.

2.3.2 Diagnose

Diagnose ist die Aufgabe **Fehlerauswirkungen** zu erkennen und auf deren **Fehlerursachen** zu schließen.

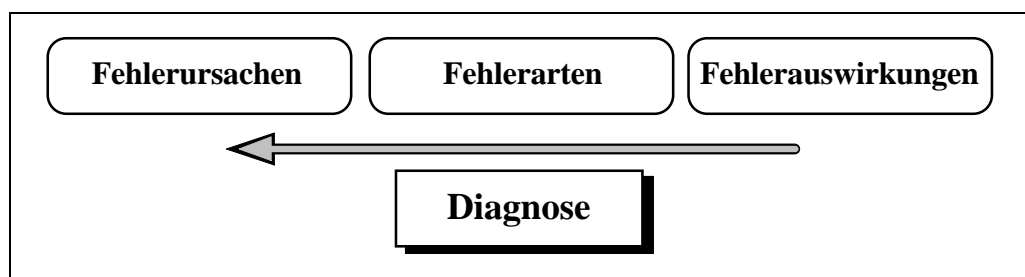


Abbildung 5: Die Diagnoseaufgabe

Es wird dabei zwischen verschiedenen starken Anforderungen unterschieden, der **Fehlererkennung** („*fault detection*“, Fehlerentdeckung) und der **Fehleridentifikation** („*fault isolation*“, Fehlerisolierung):

- Bei der **Fehlererkennung** kommt es darauf an, zu unterscheiden, ob ein Fehler vorliegt oder nicht. Dies ist dann möglich, wenn sich Fehlerauswir-

kungen beobachten lassen, die sich vom korrekten Verhalten feststellbar unterscheiden.

- Bei der **Fehleridentifikation** ist zusätzlich zur Fehlererkennung zu bestimmen in welcher Komponente sich die Fehlerursache befindet und womöglich noch um welche Art von Fehler es sich handelt.

2.3.3 FMEA

Die **Fehler-Möglichkeiten- und -Einfluß-Analyse (FMEA)** ist eine Methode zur Fehlerkorrektur und Fehlerprävention, die in der Qualitätssicherung eingesetzt wird. Das Ziel ist dabei, frühzeitig Schwachstellen in Entwurf und Fertigung eines Produktes zu erkennen, um Risiken zu vermeiden [Kersten 90].

Das Vorgehen bei der Erstellung einer FMEA ist also dem der Diagnose entgegengesetzt. Statt von beobachtbaren Auswirkungen auf deren Ursachen zu schließen soll, ausgehend von vorgegebenen Fehlerursachen, deren Fehlerauswirkungen ermittelt werden. Auch hierbei spielt die Fehlerentdeckung und Fehlerisolierung jedoch eine entscheidende Rolle, da sich bei frühzeitiger Erkennung kritische Fehlerauswirkungen durch geeigneten Eingriff mindern oder gar vermeiden lassen.

Bei der Qualitätssicherung durch Fehler-Möglichkeiten- und -Einfluß-Analyse (FMEA) wird die Fehlerursache sogar weiter, bis in die Stufen der Herstellung und Entwicklung zurückverfolgt.

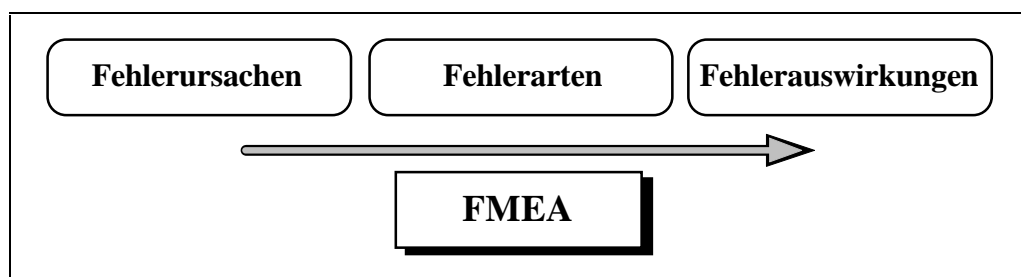


Abbildung 6: Die FMEA-Aufgabe

2.3.4 Modellbasierte Unterstützung von Diagnose und FMEA

Sowohl Diagnose als auch FMEA lassen sich durch modellbasierte Expertensysteme unterstützen ([de Kleer – Williams 87], [Lee – Ormsby 92]). Hierzu ist insbesondere eine geeignete Beschreibung des zu untersuchenden Gegenstandes oder Systems erforderlich.

GDE⁺ ist ein modellbasiertes Expertensystem für Diagnose und diagnose-ähnliche Aufgaben [Struss – Dressler 89]. Diese Arbeit entwickelt Modelle zur Diagnose und FMEA des in Kapitel 2.1 beschriebenen Kfz-Subsystem des geregelten Elektromotors. Ziele sind dabei:

- **Erkennung** der vorgegeben Einzelfehler anhand ihrer beobachtbaren Auswirkungen. (Fehlererkennung)
- **Identifikation** der Komponente und der Ursache eines Einzelfehlers. (Fehleridentifikation)
- **Vorhersage** der Fehlerauswirkungen aus vorgegeben Fehlerursachen. (FMEA)

2.4 Kompositionale, konsistenzbasierte Verhaltensvorhersage

An die Modelle werden eine Reihe von Anforderungen gestellt, die teilweise durch die Wahl der Diagnose-Maschine GDE⁺, teilweise durch die Anwendung auf Kfz-Systeme begründet sind:

- Die erstellten Modelle sollen lokal und kompositional aggregierbar sein.
- Lokale, konsistenzbasierte Propagierung soll möglich sein.
- Die Beschreibung soll weitgehend qualitativ erfolgen und Fehlermodelle mit einschließen.
- Temporale Abstraktion soll gegenüber Simulation vorgezogen werden.

Auf diese Anforderungen wird vertieft eingegangen.

2.4.1 Warum kompositional?

Eine kompositionale Beschreibung nützt die Tatsache aus, daß alle größeren vom Menschen entworfenen Systeme aus mehreren **trennbaren, einzeln beschreibbaren Einheiten** zusammengesetzt sind. (Eine Annahme der Physik ist, daß gleiches auch für die nicht vom Menschen entworfenen Systeme gilt, wobei sich das Zusammenwirken der Einheiten hier als viel komplizierter erweist.)

Die Beschreibung eines Systems ist kompositional, wenn sie in zwei klar getrennte Bereiche unterteilt ist:

- der Information über die **Struktur** des Systems und
- der **Beschreibung der Einheiten** (Komponenten), aus denen diese Struktur aufgebaut ist.

Dabei wird gefordert, daß die Beschreibung der Komponenten keine Annahmen über die Struktur voraussetzt, also **kontextfrei** ist.

Am Beispiel des Regelkreises erläutert, bedeutet dies, daß eine kompositionale Beschreibung zum einen Information über das Verhalten der Komponenten des Regelkreises (Motor, Regler, Drehzahlerfassung) enthält und zum andern festlegt, wie diese Komponenten im Regelkreis verbunden sind. Die Verhaltensbeschreibung des Motors darf dabei z. B. keine Annahmen bezüglich der Art des Reglers oder bezüglich der Funktionsweise der Drehzahlerfassung enthalten.

Bei der Beschreibung großer, klar strukturierter Systeme, wie etwa bei elektrischen Schaltkreisen, erscheint Kompositionalität natürlich und nützlich. Für Systeme, die aus wenigen Komponenten bestehen, wie der Regelkreis mit Elektromotor, wirkt es jedoch umständlicher jede Komponente einzeln zu beschreiben, als lediglich das Gesamtverhalten zu bestimmen. Trotzdem gibt es mehrere Forderungen, die für Kompositionalität sprechen:

- Es soll sichergestellt werden, daß **alle Zusammenhänge** erfaßt werden.

Im vergangen Kapitel ist zwar nur gefordert, daß lediglich die aufgeführten Fehler erkannt werden, die Mächtigkeit eines Diagnosehilfsmittels zeichnet sich jedoch dadurch aus, möglichst **alle**, auch die nicht vorher festgelegten Fehler, zu erkennen. Dies wird besser erreicht, wenn jede Interaktion zwischen Komponenten explizit gemacht wird. Im Regelkreis bedeutet dies z. B., daß die Spannung v am Reglerausgang nicht identisch mit der Spannung v am Motoreingang ist, sondern dieser

Zusammenhang erst durch die Struktur festgelegt wird. Dabei ergibt sich, daß die Verbindung zwischen Regler und Motor, die durch eine Leitung hergestellt wird, ebenfalls fehlerbehaftet sein kann.

- Komponentenmodelle sollen **wiederverwendbar** sein.

Gerade in der Kfz-Industrie werden Baugruppen in vielen verschiedenen Anwendungsweisen eingesetzt. So findet eine Drehzahlerfassung beispielsweise nicht nur Verwendung bei der Steuerung einer Drosselklappe, sondern auch in entfernteren Anwendungen, wie bei der Fahrgeschwindigkeitsüberwachungen oder bei Anti-blockiersystemen. Aufgrund der **Variantenvielfalt** lohnt sich der anfänglich höhere Aufwand für die Erstellung kontextfreier Modelle. Sind einmal Modelle für eine Reihe von Komponenten erstellt worden, so können Systeme, die sich aus diesen Komponenten zusammensetzen, allein durch die Festlegung ihrer Struktur beschrieben werden. Unter einer **Modellbibliothek** versteht man eine solche Sammlung von Komponentenmodellen zu einen bestimmten Aufgabenbereich.

- Häufig besteht **mehr Erfahrung mit den Komponenten** als mit den Systemen.

Baugruppen, wie etwa Elektromotoren, werden bereits seit Jahrzehnten hergestellt und eingesetzt. Ihr Verhalten ist durch langjährige Erfahrung und ausgiebige Erforschung recht gut bekannt. Für neue Systeme, wie etwa Anti-Schlupf-Regelungen, sollen jedoch fehlerbeschreibende Unterlagen (Fehlerabschätzungen: FMEA, Diagnoseanleitungen, ...) z. T. schon **vor** Anlauf der Serienproduktion erstellt werden. Gerade hier liegen die Stärken einer kompositionalen Modellierung, durch die – ohne auf Erfahrung mit einem System zurückzugreifen – Aussagen über das Verhalten des Systems in verschiedenen Fehlerzuständen rechnergestützt generiert werden können.

2.4.2 Warum lokale Propagierung?

Lokale Propagierung bedeutet, daß aus der (kompositionalen) Systembeschreibung und aus Beobachtungen sukzessive Aussagen über das Systemverhalten abgeleitet werden. Dies ist dabei jedoch jeweils nur unter Berücksichtigung der Beschreibung **einer** Komponente (oder Komponentenverbindung) möglich.

Eine kontextfreie Beschreibung bedingt nicht notwendigerweise auch lokale Propagierung. So beschreiben auch die numerischen Gleichung (3), (4) und (6) jeweils

kontextunabhängig eine Komponente des Regelkreises. Um daraus jedoch Ableitungen über das Regelverhalten des Systems zu erzeugen, müssen **alle** Gleichungen zusammengenommen und das Differentialgleichungssystem des Regelkreises gelöst werden. Dies ergibt spätestens dann Schwierigkeiten, wenn Ungleichungen, Abschätzungen und nichtlineares Verhalten zur Systembeschreibung hinzukommen.

Gründe für lokale Propagierung ergeben sich auch aus der verwendeten Diagnose-Maschine **GDE⁺**. Die Funktionsweise von **GDE⁺** beruht darauf, bestimmte Annahmen über das System (z. B. die Annahme, daß sich alle Komponenten fehlerfrei verhalten) zu widerlegen, indem sie mit den vorhandenen Beobachtungen zu einem Widerspruch geführt werden. Besonders effizient wird dies durch die Aufzeichnung von Abhängigkeiten gelöst, d. h. für jeder Schlußfolgerung wird aufgezeichnet unter welchen Voraussetzungen (unter welchen Annahmen) das Ergebnis der Schlußfolgerung gilt.

Eine Beobachtung b_1 besagt etwa, daß die gemessene Drehzahl null ist ($\omega_m = 0$). Faßt man die Gleichung (6) der Drehzahlerfassung als Regel auf, so ergibt sich damit, daß auch die Motordrehzahl null sein muß ($\omega = 0$). Bei der Ableitung wird vermerkt, daß sie gilt, wenn die Beobachtung b_1 stimmt und die Drehzahlerfassung fehlerfrei ist. Besagt nun eine andere Beobachtung, daß die Motordrehzahl größer als null ist, so ergibt sich der vorherigen Ableitung ein Widerspruch. Wenn den Beobachtungen geglaubt wird, ist damit widerlegt, daß die Drehzahlerfassung fehlerfrei funktioniert.

Abhängigkeitsbasiertes Schließen ist in Verbindung mit lokal propagierenden Modellen besonders effektiv, da nur alle direkt beteiligten Komponenten in die Voraussetzungen für eine Schlußfolgerung eingehen.

2.4.3 Warum Fehlermodelle?

In 2.4.2 wurde skizziert, wie abhängigkeitsbasiert mit Beobachtungen ein korrektes Verhalten des Systems widerlegt werden kann. Damit ist die erste in 2.3 gestellte Anforderung, nämlich die nach Fehlererkennung bereits lösbar. Um eine genauere Eingrenzung des Fehlers zu erhalten ist es jedoch hilfreich wenn für bestimmte Komponenten ausgeschlossen werden kann, daß sie fehlerhaft sind, also ihr **korrektes** Verhalten bewiesen werden kann (*exoneration*). Dies wird erreicht, indem

auch das Verhalten im Fehlerfall beschrieben wird (Fehlermodelle) [Struss – Dressler 89].

Als Beispiel liefere die Drehzahlerfassung einen höheren Meßwert, als die tatsächliche Motordrehzahl. Eine verdächtige Komponente ist die Befestigung des Impulsrades an der Achse. Um diese Vermutung zu überprüfen werden die Fehlermodelle der Befestigung mit herangezogen (vgl. 2.2.6). Nun sagt jedoch jeder der Fehlermodelle der Befestigung voraus, daß das Impulsrad langsamer als der Motor laufen müßte, und sich deshalb, ohne weitere Fehler in der Drehzahlerfassung, ein geringerer und nicht ein höherer Meßwert einstellen würde. Die Befestigung kann also als Verursacherin dieser Abweichung entlastet werden.

Bei der Unterstützung der Fehler-Möglichkeiten- und -Einfluß-Analyse (FMEA) sind Fehlermodelle von entscheidender Bedeutung, da allein durch sie das Verhalten im Fehlerfall hinreichend genau vorhergesagt werden kann.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Software GDE⁺ kann Komponentenmodelle korrekten und fehlerhaften Verhaltens verwalten.

2.4.4 Warum qualitative Beschreibung?

Die in 2.1 vorgestellte Beschreibung des Regelkreises mit Elektromotor war numerisch, demnach quantitativ. Angestrebt wird hingegen eine qualitative Beschreibung. Qualitativ bedeutet dabei, daß nicht jeder Wert (Variable, Parameter) reellwertig festgelegt wird, sondern daß man nur die **notwendigen** Unterscheidungen trifft. Auch hierfür können wieder mehrere Gründe aufgeführt werden.

- Komponentenmodelle sollen eine ganze **Klasse von Komponenten** abdecken.

So tauchen etwa in der Beschreibung des Elektromotors (Gleichung (4)) die Konstanten k_M und T auf. Diese Konstanten können jedoch in der Praxis vielleicht gar nicht genau festgelegt werden, da sie Toleranzen in der Produktion unterworfen sind. Mehrnoch, ein qualitatives Motormodell gilt nicht nur für diesen einen Motortyp, sondern etwa für eine ganze Reihe von Kleinmotoren mit ähnlichen Eigenschaften. Qualitative Modellierung ist eine entscheidende Hilfe bei der Erstellung von Modellbibliotheken.

- **Fehlermodelle** sind meist nur **ungenau** formulierbar.

Bei der Befestigung des Impulsrades (vgl. 2.2.6) wurde Schlupf dadurch charakterisiert, daß das Rad langsamer als die Achse rotiert. Eine genaue Festlegung, um wieviel zu langsam, ist hier weder möglich noch erwünscht. Dies ist insbesondere bei der Unterstützung von FMEA von entscheidender Bedeutung. Hier will man allgemeingültige Aussagen erhalten, die für **jeden möglichen Fehler** einer Fehlerklasse gelten.

2.4.5 Warum keine Simulation?

Simulation ist aufwendig. Bei Simulation wird in kleinen Zeitschritten das Verhalten jeweils von einem Zeitpunkt zum nächsten propagiert. Da das Verhalten im nächsten Zeitpunkt meist nicht vollkommen genau vorhergesagt werden kann, ergibt sich entsprechend über viele Simulationsschritte summiert entweder eine größere Abweichung, oder eine größere Ungenauigkeit des Ergebnisses. In einigen Fällen kann numerische oder qualitative Simulation trotzdem sinnvoll sein und ausreichende genaue Aussagen produzieren. Hier soll aber versucht werden auf Simulation zu verzichten.

2.5 Vorgehensweise bei der Modellierung

Im Verlauf von Kapitel 2.3 wurden die Anforderungen an eine Modellierung des Regelkreises und seiner Komponenten dargelegt. Das praktische Vorgehen bei der Erstellung von Modellen ist nun folgendes:

- **Beschreibung der Systemstruktur** durch Zerlegung des Systems in Komponenten.

Naheliegende Kandidaten für abgrenzbare Komponenten ergeben sich bereits aus der vorliegenden Systembeschreibung. Der Regelkreise gliedert sich demnach, wie in Kapitel 2.1.1, Abb. x dargestellt, in einen Regler, einen Motor und eine Drehzahlerfassung. Letzter zerlegt sich seinerseits gemäß Kapitel 2.1.4, Abb. x in einen Befestigung, ein Impulsrad, einen induktiven Sensor, eine Auswerteschaltung und eine Berechnungsroutine. Unter einem funktionalen Gesichtspunkt kann die Wirkungsweise des Impulsrades weiter aufgegliedert werden in mechanische und ferromagnetische Eigenschaften. Diese Aufteilung wird deshalb gewählt, weil sich

beide Funktionen gegenseitig ergänzen, jedoch unabhängig voneinander ausfallen können.

- **Beschreibung der Verbindungen** zwischen den Komponenten.

Der Regler ist mit der Drehzahlerfassung und dem Motor durch Signalleitungen verbunden, ebenso der Sensor mit der Auswerteschaltung und die Auswerteschaltung mit der Berechnungsroutine. Die Befestigung agiert als Verbindung zwischen Motor und Impulsrad.

- **Festlegung geeigneter Variablen**, mit denen das Verhalten der Einzelkomponenten beschrieben werden kann.

Variablen charakterisieren dabei die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Komponenten. So beeinflußt etwa der Regler den Motor über eine Änderung der Spannung auf der Steuerleitung, diese erscheint daher als eine wichtige Variable. Es ist zu beachten, daß die **einzigste Kontextinformation**, die in einem Komponentenmodell verwendet werden darf, die der anliegenden Variablenwerte ist. Wollte man also berücksichtigen, daß ein fehlerhafter Motor den induktiven Sensor durch Störimpulse beeinflussen kann, so muß eine Variable für das elektromagnetische Feld erstellt werden. Mit der Anzahl der Variablen steigt allerdings auch die Komplexität der Propagierung. Größeren Systemen lassen sich deshalb nur durch Fokussierung [Dressler – Farquhar 90] und/oder multipler Modelle [Struss 92] diagnostizieren.

- **Auswahl von Domänen** für auftretende Variablen.

Die meisten Variablen sind durch reelle Werte repräsentierbar, doch häufig gibt es auch grobere Einteilungen, die ausreichen um das Systemverhalten zu charakterisieren. Argumente hierfür wurden in 2.4.4 aufgeführt. Eine geeignete Aufspaltung des Wertebereichs einer Variablen wird abgeleitet aus den zu unterscheidenden Verhaltensmustern des Gesamtsystems.

- **Beschreibung der Komponentenmodelle** durch Regeln.

Regeln stellen Zusammenhänge zwischen den Werten der Komponentenvariablen dar. Das Verhalten einer Komponente wird allein durch Regeln beschrieben. Die Form der Regeln ist dabei abhängig vom Modellierungssystem.

Der ganze Modellierungsprozeß wird geleitet durch das Ziel nur die **wirklich nötigen Zusammenhänge** zwischen Variablen und Komponenten zu beschreiben.

So ist nur genau soviel temporale und numerische Information zu verwenden wie für die Beschreibung des Verhaltens und der Beobachtungen benötigt wird.

Das Beispiel des geregelten Elektromotors stellt dabei drei wichtige Herausforderungen, die mit Mitteln der qualitativen Abstraktion zu lösen sind:

2.5.1 Herausforderung 1: Rückkopplungen

Eines der Hauptprobleme des Regelkreises ist die ihm immanente **Rückkopplung**. So hängt der Werteverlauf jeder Variablen des Regelkreises vom Verhalten aller an der Regelung beteiligten Komponenten ab. Zudem wirkt der Regelkreis in einem gewissen Maße fehlerkompensierend, da er konzipiert so ist, daß er Abweichungen vom intendierten Verhalten entgegenwirkt.

Rückkopplungen wirken sich auch auf die Propagierung aus. Systeme ohne Rückkopplungen haben meist eine eindeutige Abhängigkeit der Ausgangssignale von den Werten der Eingangssignale. Sind genügend Regeln vorhanden, so läßt sich eine Variablenordnung angeben, mit der sich jede Variable aus seinen Vorgängern errechnen läßt. Bei Rückkopplungsschleifen ist dies nicht gegeben ([Abbildung 7](#)).

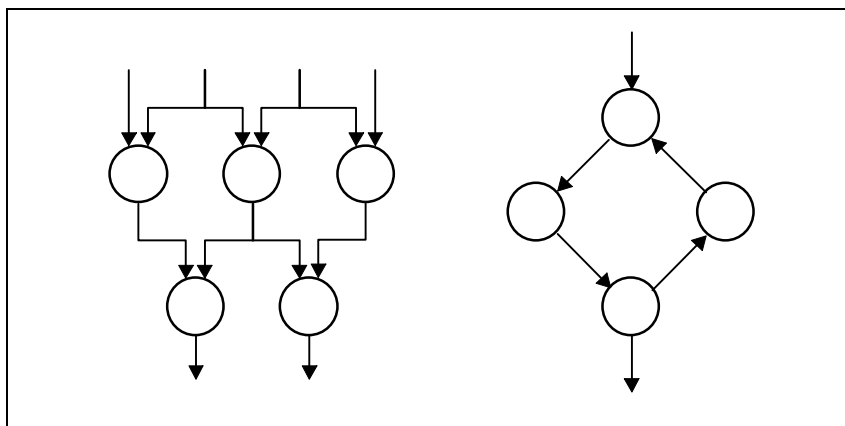


Abbildung 7: System ohne (li) und mit (re) Rückkopplungsschleife

So sind rückgekoppelte Systeme in der Vergangenheit meist entweder durch Simulation behandelt [Kuipers 94], oder als eine einzige Komponente modelliert worden [Bos 95], wodurch die Vorteile der Kompositionalität verloren gehen.

2.5.2 Herausforderung 2: Zeitdiskretes Verhalten

Die Drehzahlerfassung des Regelkreises ist eine Komponente, bei der besonders der zeitliche Verlauf von Ereignissen relevant ist. Betrachtet man typische Fehlerarten des Impulsrades und ihre Auswirkungen auf die Impulsfolge am Ausgang der Auswerteschaltung, so erhält man beispielsweise:

- Ein ausgebrochener Zahn bewirkt einen **fehlenden** Impuls.
- Ein versetzter Zahn bewirkt einen **zu frühen** oder zu späten Impuls.
- Ein Impulsrad mit einer zu großen Zähnezahl bewirkt einen **zu kurzen Abstand** aller Impulse der Impulsfolge.

Es wird deutlich, daß temporale Aspekte bei der Drehzahlerfassung eine entscheidende Rolle spielen. Eine zu präzise Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der beteiligten Variablen versagt sich aufgrund des dazu erforderlichen (rechnerischen) Aufwandes. Nur genau die Zeitpunkte, zu denen ein neuer Impuls vorliegt, haben Auswirkung auf die ermittelte Drehzahl. Benötigt wird eine **sparsame Repräsentation**, die allein diese **entscheidenden Augenblicke** qualitativ charakterisiert.

2.5.3 Herausforderung 3: Periodisches Verhalten

Selbst wenn man die Beschreibung der Drehzahlerfassung auf die Augenblicke beschränken kann, die zur Ermittlung eines neuen Meßwertes beitragen, so wirkt dies immer noch als zu aufwendig. Durch die Rotation des Impulsrades bedingt sind **Fehler** in der physikalischen Zahnstruktur **wiederkehrend**. Eine Abnormalität macht sich also bei jeder Umdrehung des Impulsrades als **gleichförmiges Muster** bemerkbar. Dabei kann sich die Rotationsgeschwindigkeit der Achse – und damit die Periode des Musters – im Laufe der Zeit ändern. Ziel ist es, die Gleichmäßigkeit auszunutzen, um einfachere Vorhersagen zu erhalten, aber auch um die Information, die in dieser Regelmäßigkeit liegt, für die Lösung der Diagnoseaufgabe gewinnbringend einzusetzen.

3 Modellierung von Regelkreisen am Beispiel des geregelten Elektromotors

In diesem Kapitel wird die Modellierung eines dynamischen, rückgekoppelten Systems beschrieben. Dazu werden Methoden der qualitativen Modellierung vorgestellt, weiterentwickelt und angewandt.

Das allgemeine Problem der Modellierung von Regelkreisen wird in diesem Kapitel exemplarisch an dem in 2.1 vorgestellten Beispiel des geregelten Elektromotors behandelt. Dabei liegt hier der Schwerpunkt auf der Beschreibung der dynamischen Phänomene aufgrund der Rückkopplung im Regelkreis. Diese Betrachtungen sind daher auch auf rückgekoppelte Systeme anderer Bereiche anwendbar. Auf spezielle dynamische Aspekte die charakteristisch für die Drehzahlerfassung sind wird in Kapitel 5 eingegangen.

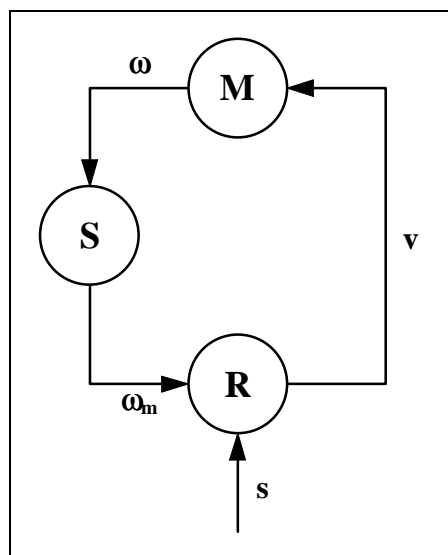


Abbildung 8: Signalverlauf im Regelkreis

3.1 Die Struktur des äußeren Regelkreises

Das Verhalten des Regelkreises leitet sich aus dem Verhalten seiner drei Hauptkomponenten

- Regler,
- Motor und
- Drehzahlerfassung

ab. Zur einfacheren Referenz seien hier noch einmal die in Kapitel 2.1 erhaltenen numerischen Gleichungen für diese Komponenten angegeben:

$$T * \frac{d\omega}{dt} = k_M * v - \omega \quad (3)$$

$$k_R * v = 2 * s - \omega_m \quad (4)$$

$$\omega_m = c * \omega \quad (6)$$

Nach außen hin interessiert dabei nur die Reaktion der **Motordrehzahl** auf verschiedenartige **Sollwertvorgaben**. Intern beeinflussen sich die Komponenten des Regelkreises jedoch via

- Drehzahlsignal auf der Meßleitung (Drehzahlerfassung → Regler),
- Spannung auf der Steuerleitung (Regler → Motor) und
- Rotationsübertragung (Motor → Drehzahlerfassung, wird in Kapitel 5 genauer behandelt).

Die strukturelle Zerlegung des Regelkreises wurden bereits in 2.4.1 als Beispiel behandelt. In der Aufgabenstellung liegt dabei keine Information darüber vor, in welcher Form das Drehzahlsignal an den Regler übermittelt wird (etwa als Spannungswert oder digital über einen Bus). Es kann demnach auch nicht auf spezielle Fehlerursachen dieser Signalübertragung (z. B. Fremdspannung oder Bitfehler) eingegangen werden. Die Drehzahlsignale werden in der hier vorgestellten Modellierung formal nicht mehr von der tatsächlichen Rotation der Motorachse unterschieden, beide werden durch den Variablentyp **Winkelgeschwindigkeit** charakterisiert.

3.2 Signalabstraktion

Ein **Signal** ist der Verlauf des Wertes einer Variablen in Abhängigkeit von der Zeit. Somit ist das Signal einer Variablen x darstellbar als eine Funktion

$$\text{val}_x: \mathbb{R} \rightarrow \text{DOM}(x), t \mapsto s_x(t),$$

wobei $\text{DOM}(x)$ den Wertebereich der Variablen x darstellt und $\text{val}_x(t)$ den Wert von x zum Zeitpunkt t . Vereinfachend schreibt man statt $\text{val}_x(t)$ oft auch $x(t)$, wenn aus dem Zusammenhang heraus klar ist, ob auf die Variable oder auf ihren Wert referiert wird.

Die Differentialgleichungen der Regelkreisbeschreibung (vgl. Kapitel 2.1) stellen demnach eine Beziehung zwischen den Signalen der Verbindungsvariablen her. Eine dermaßen exakte Beschreibung der Werteverläufe ist jedoch am Rechner nicht realisierbar. In [Heller 95] werden Verfahren vorgestellt, welche die temporalen Zusammenhänge geregelter Systeme vereinfacht darzustellen, u. a. auch am Beispiel des geregelten Elektromotors. In dieser Arbeit soll hingegen eine Beschreibung des Regelkreisverhaltens allein anhand der Werte **einer Zeitscheibe** erfolgen. Um trotzdem Aspekte der Veränderung zu fassen werden auch die **Ableitungen** $\frac{dx}{dt}$ der Variablen mit herangezogen. Aufgrund der Dynamik des Regelkreises sieht, numerisch präzise betrachtet, fast keine Zeitscheibe wie die andere aus. Durch eine abstraktere, weniger genaue Darstellung erreicht man dagegen, daß die Beschreibung eines Zustandes über einen längeren Zeitraum gültig ist.

3.3 Qualitative Abstraktion

Die wohl am weitesten verbreitete Abstraktion reeller Zahlen ist die Reduktion auf das Vorzeichen [de Kleer – Brown 84]. Stellt man eine positive Zahl durch $[+]$ und eine negative Zahl durch $[-]$ dar, so kann man mit diesen Zeichen fast wie mit gewöhnlichen Zahlen „rechnen“. Analog zur reellwertigen Addition erhält man beispielsweise für die qualitative Addition \oplus , daß

$$[+] \oplus [+] = [+]$$

also zwei positive Zahlen addiert wieder eine positive Zahl ergeben. Zusammen mit der Null (0), die sich selber darstellt, erhält man folgende Abbildungstabellen:

\oplus	[-]	0	[+]	[?]
[-]	[-]	[-]	[?]	[?]
0	[-]	0	[+]	[?]
[+]	[?]	[+]	[+]	[?]
[?]	[?]	[?]	[?]	[?]

\otimes	[-]	0	[+]	[?]
[-]	[+]	0	[-]	[?]
0	0	0	0	0
[+]	[-]	0	[+]	[?]
[?]	[?]	0	[?]	[?]

Tabelle 1 und 2: Abbildungstafel für die qualitative Addition und Multiplikation

Ein weiteres Symbol dieser **Vorzeichenalgebra** ist dabei das Fragezeichen ([?]), das für eine beliebige Zahl (positiv, negativ oder null) steht. Es wird benötigt, um die Verknüpfungstabelle zu vervollständigen, da die Summe einer positiven und einer negativen Zahl vom Vorzeichen her unbestimmt, also ambig ist. Für die Negation wird statt $[-] \otimes [x]$ auch vereinfachend $-[x]$ geschrieben. $[x]^{-1}$ bezeichnet das inverse von $[x]$ bezüglich der qualitativen Multiplikation. Die Reihenfolge der Auswertung wird aus der numerischen Algebra übernommen (also \otimes vor \oplus).

In der Literatur finden sich unterschiedliche Definitionen für das Gleichheitsprädikat (\equiv) auf Vorzeichen. So wird die Aussage $[?] = [+]$ mal als wahr, mal als falsch festgelegt. Zur Unterscheidung wird hier mit \equiv die „starke“ Äquivalenz und mit $=$ die „schwache“ Vereinbarkeit bezeichnet. Die qualitative Addition erfüllt $[a] \oplus [b] = [a + b]$, nicht jedoch immer $[a] \oplus [b] \equiv [a + b]$. Dies sieht man leicht am Beispiel $a = 2, b = -1$.

Es gilt stets $[x] = [+] \Rightarrow [x] \equiv [+]$, $[x] = [-] \Rightarrow [x] \equiv [-]$ und $[x] = 0 \Rightarrow [x] \equiv 0$.

In der Praxis sind viele interessante Fehlerfälle aber nicht allein durch das Vorzeichen der beteiligten Variablen zu erkennen. So unterscheidet das Vorzeichen der Drehzahl noch nicht einen korrekten von einem zu schnell laufenden Motor. Um hier eine Differenzierung zu erreichen wird die Reduktion auf das Vorzeichen verwendet, um **Abweichungen gegenüber einem Vergleichswert** zu charakterisieren. In statischen Domänen wird diese Abweichung Δx definiert als die Differenz

zwischen einem tatsächlichen Variablenwert x und diesem Wert im korrekten Zustand x_{nom} (Nominalzustand)¹. Dies liest sich dann als:

$$\Delta x := x - x_{\text{nom}} \quad (8)$$

Mit Reduktion auf das Vorzeichen erhält man:

$$[\Delta x] \equiv \begin{cases} [+] & \Leftrightarrow x \text{ „zu hoch“} \\ [-] & \Leftrightarrow x \text{ „zu niedrig“} \\ 0 & \Leftrightarrow x \text{ „ok“} \end{cases}$$

Der Einsatz sei hier am Beispiel einer vereinfachten Form der Reglergleichung (4) illustriert (z entspricht $k * v$):

$$z + \omega_m = 2 * s \quad (9)$$

Diese Gleichung gilt für jeden korrekten Regler, egal ob andere Komponenten des Regelkreises fehlerhaft sind oder nicht. Im Nominalzustand sind **alle** Komponenten korrekt, somit auch der Regler. Es gilt also:

$$z_{\text{nom}} + \omega_{m-\text{nom}} = 2 * s_{\text{nom}}$$

Nun wird bei einer tatsächlichen Beobachtung angenommen, daß einige Komponenten defekt sein könnten, die Reglergleichung aber weiterhin gilt. Ersetzung der Variablen in durch die Definition der Abweichungen vom Nominalverhalten in (8) ergibt:

$$(\Delta z + z_{\text{nom}}) + (\Delta \omega_m + \omega_{m-\text{nom}}) = 2 * (\Delta s + s_{\text{nom}})$$

Zieht man hiervon die für das Nominalverhalten aufgestellte Gleichung ab, so erhält man:

$$\Delta z + \Delta \omega_m = 2 * \Delta s$$

In dieser letzten Gleichung treten die Werte des Nominalzustands gar nicht mehr explizit auf, diese werden nur noch benötigt zur Ermittlung der Abweichungen aus den Beobachtungen. Man kann die erhaltene Gleichung nun auch auf die Vorzeichen reduzieren:

¹ Der Platzhalter x steht in diesem Kapitel all-quantifiziert für „jede beliebige Variable“. Man kann sich x aber auch als „Tupel aller Variablen“ vorstellen ohne, daß sich der Sinn ändert.

$$[\Delta z] \oplus [\Delta \omega_m] = [\Delta s]$$

Um diese Beziehung zu verwenden, benötigt man **nicht** mehr die **exakten** Werte des Nominalzustands. Es reicht, wenn man **qualitative** Aussagen, wie „der Meßwert liegt *zu hoch*“ ($\Delta \omega_m \equiv [+]$), aufzustellen kann, um abzuleiten, daß dann entweder der Drehzahlsollwert *zu hoch* liegt ($\Delta s \equiv [+]$) oder die Stellvariable z *zu niedrig* ist ($\Delta z \equiv [-]$). Sachenbacher verwendet in [Sachenbacher 95] qualitative Abweichungen zur Modellierung von Antiblockiersystemen.

Allerdings steckt in der Festlegung des Nominalzustandes die Annahme, daß es **einen** ausgezeichneten, korrekten Zustand gibt. Betrachtet man jedoch einzelne Zeitscheiben des korrekten Verhaltens eines **dynamischen** Systems, so unterscheiden sich diese je nach Beobachtungszeitpunkt. Kennt man den zeitlichen Verlauf dieses korrekten Verhaltens, so könnte man analog zu (8) definieren

$$\Delta x(t) := x(t) - x_{\text{nom}}(t)$$

Ein solche zeitabhängige Einstufung von Beobachtungen ist jedoch unhandlich. Im folgenden soll deshalb ein allgemeinerer Ansatz entwickelt und begründet werden. Aus dem Verlauf des korrekten Verhaltens sei eine beliebige Zeitscheibe gewählt, die einen **Vergleichszustand** mit Variablenwerten x_{vgl} festlegt. Man definiert:

$$\Delta_{\text{vgl}} x(t) := x(t) - x_{\text{vgl}} \quad (10)$$

Gelten die numerischen Gleichungen für **jede** Zeitscheibe, dann trifft dies auch für den gewählten Vergleichszustand zu. In der Reglergleichung gilt also:

$$z_{\text{vgl}} + \omega_{\text{m-vgl}} = 2 * s_{\text{vgl}}$$

Mit dem Vergleichszustand als Referenz ergibt sich:

$$(\Delta_{\text{vgl}} z + z_{\text{vgl}}) + (\Delta_{\text{vgl}} \omega_m + \omega_{\text{m-vgl}}) = 2 * (\Delta_{\text{vgl}} s + s_{\text{vgl}})$$

und, analog zur Vorgehensweise bei statischen Systemen, folgt aus der Differenz der letzten beiden Gleichungen:

$$\Delta_{\text{vgl}} z + \Delta_{\text{vgl}} \omega_m = 2 * \Delta_{\text{vgl}} s$$

Auch diese Beziehung kann wieder qualitativ auf das Vorzeichen reduziert werden. Wohlgedenkt sind an den Vergleichszustand keine weiteren Anforderungen gestellt, als daß er die Gleichungen **einer** korrekten Zeitscheibe erfüllt.²

Ein besonders einfach zu beschreibender Vergleichszustand ist der Zustand des korrekten Regelkreises, bei dem die Motorgeschwindigkeit konstant bleibt („*steady state*“) (vgl. 2.1.2). Da im fehlerfreien Regelkreis $\omega_m = \omega$ und $k_M = k_R$ gilt, folgert man aus den numerischen Gleichungen, daß mit $\frac{d\omega}{dt} = 0$ auch $\omega = s$, und demnach $\omega_m = s$ gilt. Der stabile Zustand als Vergleichszustand ist also vollständig durch die Vorgabe von s bestimmt, und man ermittelt recht einfach:

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{steady}} \omega_m &= \omega_m - s \\ \Delta_{\text{steady}} \partial \omega_m &= \partial \omega_m\end{aligned}$$

Bei der Anwendung der folgenden Modellierung des Regelkreises in 4.3 wird allein mit dem stabilen Zustand verglichen. Die erstellten Modelle gelten trotzdem universell für **jeden** korrekten Vergleichszustand. Bei der Notierung der Modellfragmente wird deshalb die Indizierung des Abweichungsoperators (Δ) fallengelassen.

Man kann nun allgemein untersuchen, wie sich die Vorzeichen der Abweichungen bei der Anwendung mathematischer Operatoren propagieren. So erhält man mit der Definition der Abweichung aus (10) und unter Verwendung der Abbildungstafel für qualitative Operatoren (Tabelle 1+2):

$$\begin{aligned}[\Delta(a + b)] &\equiv [(a + b) - (a + b)_{\text{vgl}}] \equiv [a + b - (a_{\text{vgl}} + b_{\text{vgl}})] \\ &\equiv [\Delta a + \Delta b] = [\Delta a] \oplus [\Delta b]\end{aligned}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}[\Delta(a * b)] &\equiv [(a * b) - (a * b)_{\text{vgl}}] \equiv [a * b - a_{\text{vgl}} * b_{\text{vgl}}] \\ &\equiv [a * \Delta b + b * \Delta a - \Delta a * \Delta b] \\ &= [a] \otimes [\Delta b] \oplus [b] \otimes [\Delta a] \oplus -[\Delta a] \otimes [\Delta b]\end{aligned}\tag{12}$$

² Faßt man diesen Ansatz noch etwas allgemeiner, so ergibt sich eine Beschreibung, von der die qualitative Ableitung ∂ ein Spezialfall ist. Im Text wurde die Abweichung als Vergleich mit einem beliebigen **korrekten** Zustand definiert. Man kann die qualitativen Gleichungen jedoch auch so formulieren, daß man sich auf einen Vergleich mit einem beliebigen Zustand im **gleichen Fehlermodus** bezieht. Mit der Annahme, daß kein intermittierender Fehler vorliegt, kann dies also auch ein beliebiger **früher beobachteter** Zustand sein. Gewöhnlich ermittelt man die qualitative Ableitung ∂ aus der Differenz zweier aufeinanderfolgender Beobachtungen. Sie ist damit ein Spezialfall dieser Anwendung. Besonders interessant ist, daß sich für den **korrekten Zustands(9)** beidesmal die **selben** Gleichungen ergeben.

Das Vorzeichen der Abweichung einer Summe und eines Produktes läßt sich somit darstellen durch die Vorzeichen der Operanden und die Vorzeichen der Abweichungen der Operanden. Gleichung (12) kann einfacher dargestellt werden, wenn von mindestens einem der Faktoren das Vorzeichen des Vergleichswertes bekannt ist (z. B. $[b_{vgl}]$). Dann kann man auch umformen:

$$[\Delta(a * b)] \equiv [a * \Delta b + \Delta a * b_{vgl}] = [a] \otimes [\Delta b] \oplus [\Delta a] \otimes [b_{vgl}] \quad (13)$$

Schließlich wird noch eine Transformation für $[\Delta \frac{1}{a}]$ angegeben. Hier muß wegen der Division angenommen werden, daß weder a noch a_{vgl} null ist, also $[a * a_{vgl}] \neq 0$. Demnach gilt:

$$[\Delta \frac{1}{a}] \equiv [\frac{1}{a} - \frac{1}{a_{vgl}}] \equiv [\frac{a_{vgl} - a}{a * a_{vgl}}] \equiv -[\Delta a] \otimes [a * a_{vgl}] \quad (14)$$

(Für die Werte, für die die qualitative Division ist, ist sie identisch mit der qualitativen Multiplikation.)

3.4 Qualitative Abstraktion im Regelkreis

Die vorgestellte Reduktion auf das Vorzeichen soll nun auf die Signale des Regelkreises angewandt werden. Da es sich bei dieser Reduktion um eine echte Abstraktion (*view*) handelt, ist garantiert, daß bei konsistenzbasierter Diagnose Vollständigkeit gewahrt bleibt [Struss 92]. Lediglich wenn die „qualitative“ Null als eine „Fuzzy-Null“ aufgefaßt wird (also eine Null, die auch noch „kleine“ negative und positive Zahlen mit einschließt), wird diese Abstraktion zu einer Approximation.

Die Modelle des äußeren Regelkreises sollen vollständig von der Zeit abstrahiert sein, d. h. es wird auf keinen konkreten Zeitpunkt Bezug genommen, sondern es werden nur zeitunabhängige Relationen beschrieben. Eine Gleichung der Form

$$[a] = [b] \oplus [c]$$

steht somit stellvertretend für

$$[a(t)] = [b(t)] \oplus [c(t)] \quad \text{„für alle Zeitpunkte } t\text{“}.$$

Auch bei der Implementierung ist dieser zeitliche Bezug vernachlässigt worden. Für die Anwendung zur Diagnose bedeutet dies, daß alle Beobachtungen minde-

stens **einen gemeinsamen Zeitpunkt** haben müssen. Ist dies in der Praxis nicht gewährleistet, so können die Modelle jedoch leicht um eine Indizierung mit Zeitpunkten oder Zeitintervallen ergänzt werden (vgl. etwa [Allen 83]).

Es bezeichnet $\partial^n a$ das Vorzeichen der n-ten Ableitung der Variablen a , also

$$\partial a := \left[\frac{da}{dt} \right], \quad \partial^2 a := \left[\frac{d^2 a}{dt^2} \right], \quad \text{u.s.w.}$$

Gleichung (15) besagt ferner, daß das Vorzeichen der Abweichung der Ableitung gleich dem Vorzeichen der Ableitung der Abweichung ist, womit sich auch hier die Schreibweise vereinfacht.

$$\left[\Delta \left(\frac{da}{dt} \right) \right] = \left[\frac{da}{dt} - \frac{da_{\text{vgl}}}{dt} \right] = \left[\frac{d(a - a_{\text{vgl}})}{dt} \right] = \left[\frac{d(\Delta a)}{dt} \right] = \partial \Delta a \quad (15)$$

3.5 Der Motor

Ausgehend von der numerischen Beschreibung des Elektromotors in Kapitel 2.1.2 werden nun qualitative Modelle für den Motor entwickelt. In der dort aufgestellten Gleichung (3) ist noch die implizite Annahme an den Kontext enthalten, daß die Spannung am Motor identisch mit der Spannung am Reglerausgang ist. Um diese Abhängigkeit zu lösen, wird v durch v' ersetzt:

$$T * \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_M * v' \quad (16)$$

Durch diese Gleichung wird direkt auch eine Äquivalenz des Vorzeichens impliziert, womit gilt:

$$\left[T * \frac{d\omega}{dt} + \omega \right] \equiv [k_M * v']$$

Mit Verwendung der qualitativen Operatoren ergibt sich die schwächere (weil in einigen Fällen ambig) Gleichung:

$$\boxed{[T] \otimes \partial \omega \oplus [\omega] = [k_M] \otimes [v']} \quad (M1)$$

Man beachte, daß die Gleichung (M1) allein aufgrund ihrer Vorzeichen relevante Größen des Elektromotors in Beziehung setzt. Zur Überprüfung dieser Relation sind also keine reellwertigen Messungen notwendig.

Aus Gleichung (16) lässt sich aber noch mehr ableiten. So folgt aus ihr auch, daß die Abweichung von einem Vergleichsverhalten auf beiden Seiten der Gleichung übereinstimmen muß:

$$\Delta(T * \frac{d\omega}{dt} + \omega) = \Delta(k_M * v')$$

und somit gilt:

$$[\Delta(T * \frac{d\omega}{dt} + \omega)] \equiv [\Delta(k_M * v')]$$

Durch die Umformungsregeln (11) und (13) gewinnt man daraus die Formel:

$$[\Delta T] \otimes \partial\omega \oplus [\Delta \frac{d\omega}{dt}] \otimes [T_{vgl}] \oplus [\Delta\omega] = [\Delta k_M] \otimes [v'] \oplus [\Delta v'] \otimes [k_{M-vgl}]$$

Mit Beziehung (15) und der Kenntnis, daß im korrekten Verhalten des Vergleichszustandes sowohl T_{vgl} als auch k_{M-vgl} positiv sind, vereinfacht sich dies zu:

$$[\Delta T] \otimes \partial\omega \oplus \partial\Delta\omega \oplus [\Delta\omega] = [\Delta k_M] \otimes [v'] \oplus [\Delta v'] \quad (M2)$$

Regel (M2) stellt also eine Beziehung zwischen qualitativen Abweichungen des Motorverhaltens und Abweichungen der Motorparameter k_M und T her.

Das korrekte Verhalten (m0) des Motors ist dadurch charakterisiert, daß Motor-konstante k_M und Trägheit T keine Abweichungen von ihren Vergleichswerten aufweisen:

$$[k_M] \equiv [+], [\Delta k_M] \equiv 0, [T] = [+], [\Delta T] = 0 \quad (m0)$$

Beispiele für fehlerhaftes Verhalten des Elektromotors sind in 2.2.4 festgelegt. Dabei können die dort geschilderten Einflüsse auf die Parameter Motor-konstante und Trägheit in eine Relation für den Fehlerzustand des Motors umgesetzt werden.

Tabelle 3 faßt diese Einflüsse zusammen.

Fehlerursache	Abweichung	$[\Delta k_M]$	$[\Delta T]$
Flußkonstante zu niedrig	$[\Delta c_1] \equiv [-]$	$[-]$	$[-]$
Eisenverluste zu hoch	$[\Delta c_3] \equiv [+]$	$[-]$	$[-]$
Antriebskonstante zu niedrig	$[\Delta c_2] \equiv [-]$	$[+]$	$[-]$
Widerstand von Feld- / Ankerspule zu hoch	$[\Delta R] \equiv [+]$	$[+]$	$[+]$
Massenträgheit zu groß	$[\Delta T] \equiv [+]$	0	$[+]$
Massenträgheit zu gering	$[\Delta T] \equiv [-]$	0	$[-]$
Totaler Klemmer	„ $T = \infty$ “	$[k_M] \equiv 0$	

Tabelle 3 Fehlerarten des Motors

Es ergeben sich daraus die folgenden Fehlermodelle:

- Flußkonstante zu niedrig und/oder Eisenverluste zu hoch

$$[k_M] \equiv [+], [\Delta k_M] \equiv [-], [T] = [+], [\Delta T] = [-] \quad (m1)$$

- Antriebskonstante zu niedrig

$$[k_M] \equiv [+], [\Delta k_M] \equiv [+], [T] = [+], [\Delta T] = [-] \quad (m2)$$

- Widerstand von Feld- und/oder Ankerspule zu hoch

$$[k_M] \equiv [+], [\Delta k_M] \equiv [-], [T] = [+], [\Delta T] = [+]$$

- Massenträgheit zu groß

$$[k_M] \equiv [+], [\Delta k_M] \equiv 0, [T] = [+], [\Delta T] = [+]$$

- Massenträgheit zu gering

$$[k_M] \equiv [+], [\Delta k_M] \equiv 0, [T] = [+], [\Delta T] = [-]$$

- Totaler Klemmer³

$$[k_M] \equiv 0, [\Delta k_M] \equiv [-], [T^{-1}] = 0, [\Delta T] = [+] \quad (m6)$$

Ein Vorteil der qualitativen Modellierung ist, daß bereits mit **wenigen** Fehlermodellen eine ganze Reihe von möglichen, verschieden starken Fehlerursachen charakterisiert werden können.

3.6 Der Regler

In Kapitel 2.1.3 ist die Reglergleichung (4) angegeben worden. Auch in dieser Gleichung steckt die implizite Annahme, daß die gemessene Drehzahl ω_m am Eingang des Reglers mit der am Ausgang der Drehzahlerfassung übereinstimmt. Zur Wahrung der Kontextfreiheit wird ω_m durch ω_m' ersetzt, und aus (4) entsteht:

$$k_R * v + \omega_m' = 2 * s \quad (17)$$

Damit ergibt sich auch die qualitative Äquivalenz

$$[k_R * v + \omega_m'] \equiv [2 * s],$$

welche sich durch Verwendung der qualitativen Operatoren allgemeiner darstellen lässt:

$$[k_R] \otimes [v] \oplus [\omega_m'] = [s] \quad (R1)$$

Ebenso legt (17) die Vorzeichen der Abweichungen fest

$$[\Delta(k_R * v + \omega_m')] \equiv [\Delta(2 * s)],$$

welches sich mit (11) und (13) auflöst zu

$$[\Delta k_R] \otimes [v] \oplus [\Delta v] \otimes [k_{R-vgl}] \oplus [\Delta \omega_m'] = [\Delta s]$$

oder, da die Reglerkonstante k_R für korrektes Verhalten positiv ist, zu:

³ Die Modelle im Anhang enthalten T^{-1} statt T . Damit ist „ $T = \infty$ “ darstellbar als $[T^{-1}] = 0$. Statt $[T] = [+]$ gilt dann $[T^{-1}] = [+]$, für (m3) und (m4) gilt $[\Delta T^{-1}] = [-]$ und für (m1), (m2) und (m5) $[\Delta T^{-1}] = [+]$ (vgl. Gleichung (14)). (M2) muß geringfügig angepaßt werden.

$$[\Delta k_R] \otimes [v] \oplus [\Delta v] \oplus [\Delta \omega'_m] = [\Delta s] \quad (R2)$$

Aus (R2) läßt sich beispielsweise ablesen, daß eine zu hohe gemessene Drehzahl ω'_m am Reglereingang zu einer zu niedrigen Spannung v am Reglerausgang führt, wenn Reglerkonstante k_R und Sollwertvorgabe s keine Abweichungen aufweisen.

Das korrekte Verhalten (r0) des Reglers bestimmt sich dadurch, daß die Reglerkonstante mit ihrem Vergleichswert übereinstimmt.

$$[k_R] \equiv [+], [\Delta k_R] = 0 \quad (r0)$$

In Kapitel 0 wurden die möglichen Fehlerursachen des Reglers beschrieben. Allgemein kann die Konstante zu hoch (r1) oder zu niedrig (r2) gewählt sein. Hier genügen **zwei** qualitative Fehlermodelle um alle möglichen Abweichungen von k_R zu beschreiben:

$$[k_R] \equiv [+], [\Delta k_R] \equiv [+] \quad (r1)$$

$$[k_R] \equiv [+], [\Delta k_R] \equiv [-] \quad (r2)$$

3.7 Die Drehzahlerfassung

Für die Betrachtung des äußeren Regelkreises wird nicht auf eine detaillierter Funktionsweise der Drehzahlerfassung, wie sie in 2.1 beschrieben ist, eingegangen. Das Verhältnis zwischen gemessener und tatsächlicher Drehzahl wird hier vereinfacht repräsentiert durch den Meßfaktor $c = \frac{\omega_m}{\omega'}$, wie er auch schon in Gleichung (5) verwendet worden ist. ω' ersetzt hier ω um anzudeuten, daß das Modell der Drehzahlerfassung kontextfrei ist. Aus der Definition

$$\omega_m = c * \omega' \quad (18)$$

entwickelt sich die qualitative Abhängigkeit

$$[\omega_m] \equiv [c] \otimes [\omega'] \quad (D1)$$

Aus Gleichung (18) folgt ebenfalls

$$[\Delta\omega_m] = [\Delta(c * \omega')],$$

was sich, mit Gleichung (13) und der Voraussetzung, daß c_{vgl} positiv ist, umformt zu:

$$[\Delta\omega_m] = [\Delta c] \otimes [\omega'] \oplus [\Delta\omega'] \quad (D2)$$

Aus (D2) ergibt sich beispielsweise, daß eine Abweichung des Meßfaktors c nur dann Auswirkung auf das Meßergebnis ω_m hat, wenn die Drehzahl ω' nicht null ist.

Da die Ableitung der Winkelgeschwindigkeit, also die Winkelbeschleunigung, eine zusätzliche, wichtige Größe des Regelkreises ist, wird auch für sie eine Beziehung angegeben. So entsteht aus (18) durch beidseitige Differentiation:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = c * \frac{d\omega'}{dt} + \frac{dc}{dt} * \omega' \quad (19)$$

Dies ist zulässig, da in physikalischen Systemen angenommen werden kann, daß die auftretenden Variablen differenzierbar sind. Reduziert man (19) auf das Vorzeichen, so ergibt sich:

$$\left[\frac{d\omega_m}{dt} \right] \equiv \left[c * \frac{d\omega'}{dt} + \frac{dc}{dt} * \omega' \right]$$

Eine Auflösung und Umformung mit (15) produziert:

$$\partial\omega_m = [c] \otimes \partial\omega' \oplus \partial c \otimes [\omega'] \quad (D3)$$

Ebenfalls ausgehend von (19) erstellt man

$$\left[\Delta \left(\frac{d\omega_m}{dt} \right) \right] \equiv \left[\Delta \left(c * \frac{d\omega'}{dt} + \frac{dc}{dt} * \omega' \right) \right],$$

welches man mit (11), (13) und das zweite Produkt mit (12) auflöst zu:

$$\left[\Delta \left(\frac{d\omega_m}{dt} \right) \right] = [\Delta c] \otimes \left[\frac{d\omega'}{dt} \right] \oplus [c_{vgl}] \otimes \left[\Delta \left(\frac{d\omega'}{dt} \right) \right] \oplus \left[\Delta \left(\frac{dc}{dt} \right) \right] \otimes [\omega'] \oplus \left[\left(\frac{dc}{dt} \right)_{vgl} \right] \otimes [\Delta\omega']$$

Eine Vereinfachung ist erreichbar durch die Bedingung, daß der Meßfaktor c korrekterweise positiv und konstant ist (demnach $\left(\frac{dc}{dt}\right)_{\text{vgl}} = 0$ und so aufgrund von (8) auch $\Delta\left(\frac{dc}{dt}\right) = \frac{dc}{dt}$). Dann ergibt sich:

$$\left[\Delta\left(\frac{d\omega_m}{dt}\right)\right] = [\Delta c] \otimes \left[\frac{d\omega'}{dt}\right] \oplus \left[\Delta\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)\right] \oplus \left[\frac{dc}{dt}\right] \otimes [\omega']$$

und, mit der Umformung aus (15):

$\partial\Delta\omega_m = [\Delta c] \otimes \partial\omega' \oplus \partial\Delta\omega' \oplus \partial c \otimes [\omega'] \quad (\text{D4})$
--

Bei korrekter Funktion aller Komponenten der Drehzahlerfassung ist der Meßfaktor ohne Abweichung vom Vergleichszustand (da0) und verbleibt konstant (db0):

$[\Delta c] \equiv 0, [c] \equiv [+]$	(da0)
$\partial c \equiv 0$	(db0)

Anders verhalten sich jedoch die Fehlerarten der Drehzahlerfassung (vgl. Kapitel 2.2). Diese äußern sich zeitweise in zu hohen und zeitweise in zu niedrigen Meßfaktoren. Zusätzlich bewirken einige Fehler, daß der Meßfaktor nicht konstant bleibt, sondern schwankt.

In diesem Beispiel wird lediglich unterschieden zwischen:

- Meßfaktor null (**immer** bei totalem Schlupf, Impulsrad nicht ferromagnetisch, Spalt zu groß, Triggerschwelle zu hoch)

$[\Delta c] \equiv [-], [c] \equiv 0$	(da1)
---------------------------------------	-------

- Meßfaktor zu niedrig (**immer** bei „Impulsrad mit zu wenig Zähnen“, „Auswertekonstante zu niedrig“ und „konstanter Schlupf“, **zeitweise** bei „ausgebrochenem Zahn“, „sporadischem Schlupf“ und „versetzten Zahn“)

$[\Delta c] \equiv [-], [c] \equiv [+]$	(da2)
---	-------

- Meßfaktor zu hoch (**immer** bei „Impulsrad mit zu vielen Zähnen“ und „Auswertekonstante zu hoch“, **zeitweise** bei „Nut oder Grat am Impulsrad“ und „versetzter Zahn“)

$[\Delta c] \equiv [+], [c] \equiv [+]$	(da3)
---	-------

- Meßfaktor unregelmäßig

$\partial c = [?]$	(db1)
--------------------	-------

Es ist besonders zu beachten, daß einige Fehler nur kurzzeitig (intermittierend) auftreten. Dies ist abhängig von der jeweiligen Fehlerursache. Für die Drehzahlerfassung wie in Kapitel 2.2 beschrieben, ergibt sich die folgende Zuordnung von Fehlerurachen zu Fehlerarten:

- „Totaler Schlupf“, „Impulsrad nicht ferromagnetisch“, „Spalt zu groß“, „Triggerschwelle zu hoch“:

immer Meßfaktor null (da1) und konstant (db0)

- „Konstanter Schlupf“, „Impulsrad mit zu wenig Zähnen“, „Auswertekonstante zu niedrig“:

immer Meßfaktor zu niedrig (da2) und konstant (db0)

- „Impulsrad mit zu vielen Zähnen“, „Auswertekonstante zu hoch“:

immer Meßfaktor zu hoch (da3) und konstant (db0)

- „Sporadischer Schlupf“:

immer Meßfaktor zu niedrig (da2), nicht immer konstant (db1)
(eventuell auch (da0) oder (da1))

- „Ausgebrochener Zahn“:

Meßfaktor zeitweise zu niedrig (da2), zeitweise korrekt (da0),
nicht immer konstant (db1)

- „Nut“ oder „Grat im Impulsrad“:

Meßfaktor zeitweise zu hoch (da3), zeitweise korrekt (da0),
nicht immer konstant (db1)

- „Zahn versetzt (zu früh oder zu spät)“:

Meßfaktor zeitweise zu hoch (da3), zeitweise zu niedrig (da2),
zeitweise korrekt (da0), nicht immer konstant (db1)

In Kapitel 5 wird eine detailliertere Beschreibung der Drehzahlerfassung vorgestellt, die eine genauere Darstellung der Fehlerarten liefert (und dies auch illustriert). Dadurch wird eine bessere Fehlerisolierung ermöglicht.

In Kapitel 4 wird gezeigt, daß auch eine Beschreibung der Fehlerursachen durch intermittierende Fehlerauswirkungen in der Regel für eine Fehlererkennung ausreichend ist.

3.8 Leitungen

Die im Regelkreis auftretenden Leitungen dienen der Stellwertübermittlung, der Meßwertübermittlung und der Sollwertvorgabe. Das korrekte Verhalten einer Leitung ist dabei recht einfach formuliert: „was am einen Ende hineingeht, soll am anderen Ende wieder herauskommen“. Formal gilt demnach:

$$\text{in} = \text{out}$$

Diese Eigenschaft überträgt sich entsprechend auch auf Abweichungen und Ableitungen, so daß sich ein Modell des fehlerfreien Verhaltens als

$$[\text{in}] \equiv [\text{out}], \quad [\Delta \text{in}] \equiv [\Delta \text{out}], \quad \partial \text{in} \equiv \partial \text{out}, \quad \partial \Delta \text{in} \equiv \partial \Delta \text{out}$$

liest. Typischerweise betrachtete Fehlerursachen sind ein Bruch der Leitung oder ein Kurzschluß zu Masse. Eine wirksame Behandlung von Leitungsfehlern, gerade in der Anwendung im Kfz-Bereich, wird in [**Sachenbacher 95**] sowie in [**Lee – Ormsby 92**] vorgestellt.

Da Fehler der Signalleitungen im Regelkreis keine neuen Fehlerauswirkungen liefern bleiben sie hier unberücksichtigt. Im Regelkreis ist ein Kabelbruch oder ein Masseschluß nicht von einem Totalausfall der davor oder der dahinterliegenden Komponente zu unterscheiden.

4 Evaluierung der Modellierung des Regelkreises

Dieses Kapitel enthält eine Auswertung der im letzten Abschnitt erstellten Modellfragmente für Regelkreiskomponenten. Es zeigt sich, daß selbst einfache qualitative Beschreibungsmethoden im geregelten System schon sehr gute Fehlererkennung erreichen können.

Im Verlauf von Kapitel 3 sind Methoden zur qualitativen Modellierung des Regelkreises entwickelt und damit Modelle für Regelkreiskomponenten erstellt worden. Dieses Kapitel enthält eine Evaluierung des Beitrags dieser Modellfragmente zur Unterstützung von Diagnose und FMEA. Für die Diagnose sind dabei relevante Bewertungskriterien:

- Werden anhand der beobachtbaren Fehlerauswirkungen alle möglichen Fehlerursachen erkannt? (und wenn ja, wie früh?)
- Werden alle Fehlerursachen, die diese Auswirkungen nicht bewirken können ausgeschlossen?

Für den Einsatz zur Unterstützung von FMEA sind demgegenüber folgende Kriterien entscheidend:

- Werden alle möglichen Auswirkungen einer Fehlerursache beschrieben?
- Werden alle unmöglichen Auswirkungen einer Fehlerursache ausgeschlossen?

Die jeweils ersten Forderungen sind dabei für die Lösung der Aufgabenstellung **zwingend**, die zweiten Forderungen sind eine Zielsetzung. Die Erfüllung dieser Kriterien wird anhand der vorgegebenen Fehlersituationen überprüft.

4.1 Implementierung

Die in Kapitel 3 entwickelten Modellfragmente sind für die Diagnose-Maschine GDE⁺ unter Verwendung der Modellierungssprache COMPO2 implementiert

worden. COMPO2 erlaubt eine komponentenorientierte Modellierung, wie sie in dieser Arbeit verwendet wird. Die in den Modellfragmenten auftretenden qualitativen Gleichungen müssen jedoch zur Implementierung in **Horn-Klauseln** umgewandelt werden. Eine Horn-Klausel ist eine Implikation der Form

$$a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n \Rightarrow c.$$

Diese Horn-Klauseln werden von GDE⁺ stets nur in der Richtung, von links nach rechts, ausgewertet: Wenn alle **Antezedenten** (a_1, \dots, a_n) als wahr abgeleitet sind, so wird auch die **Konsequenz** c abgeleitet. Eine qualitative Gleichung der Form

$$a \oplus b = c$$

wird vollständig übersetzt in drei Horn-Klauseln:

$$\begin{aligned} a = x \wedge b = y &\Rightarrow c = (x \oplus y) \\ a = x \wedge c = z &\Rightarrow b = (x \oplus -z) \\ b = y \wedge c = z &\Rightarrow a = (y \oplus -z) \end{aligned}$$

Zusätzlicher Aufwand ergibt sich bei der qualitativen Multiplikation. Das Ergebnis kann hier schon ermittelt werden, wenn bekannt ist, daß **einer** der Faktoren null ist. Für $a \otimes b = c$ ergibt sich, ergänzend zu

$$a = x \wedge b = y \Rightarrow c = (x \otimes y)$$

auch noch

$$a \equiv 0 \Rightarrow c \equiv 0 \quad \text{und} \quad b \equiv 0 \Rightarrow c \equiv 0.$$

Letztere Gleichungen haben den Vorteil, daß sie bereits abwendbar sind, wenn erst der Wert eines Faktors bekannt ist. Die vollständige Übersetzung des Modellfragments

$$[\Delta T] \otimes \partial \omega \oplus \partial \Delta \omega \oplus [\Delta \omega] = [\Delta k_M] \otimes [v'] \oplus [\Delta v'] \quad (\text{M2})$$

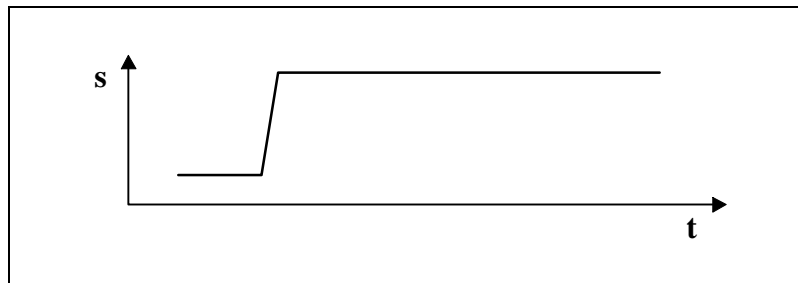
resultiert damit in **39** potentiellen Horn-Klauseln. Bei der Implementierung wurde jeweils nur eine Auswahl dieser Horn-Klauseln eingegeben.

Abweichend von der Beschreibung der Modelle in Kapitel 3 wurden die Fehlerursachen des Motors für Abweichungen der Trägheit und der Motorkonstante getrennt betrachtet und damit nicht zurückgeführt auf Abweichungen der fundamentalen Motorparameter (Flußkonstante, Eisenverluste, u.s.w.). Die Trägheit T

wurde ferner durch ihr Reziprokes, T^{-1} , repräsentiert, um auch den Fall „ $T = \infty$ “ berücksichtigen zu können. Die implementierten Modelle sind in Anhang A aufgeführt, eine Auswertung der Ableitungen erfolgt in 4.3-4.5.

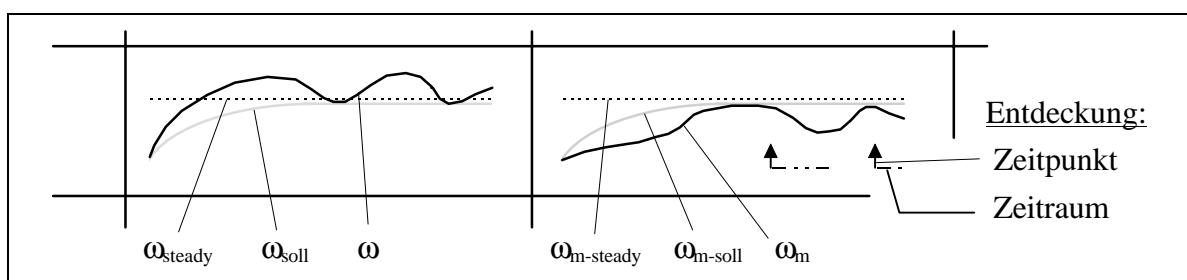
4.2 Fehlerursachen, Fehlerauswirkungen und Fehlererkennung im Regelkreis



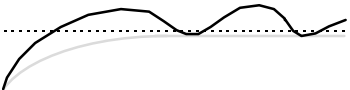
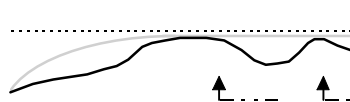

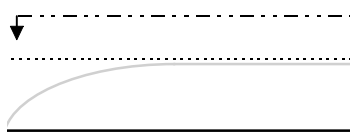
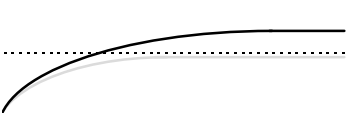
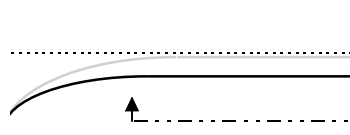

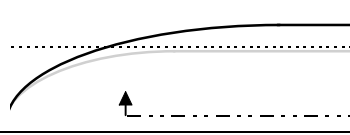


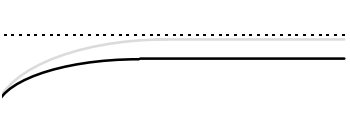
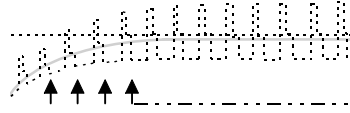
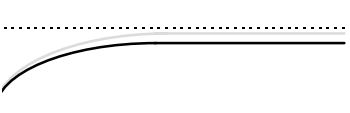
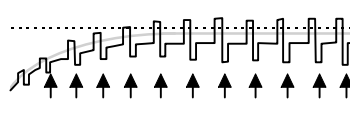
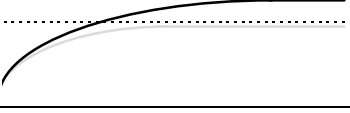
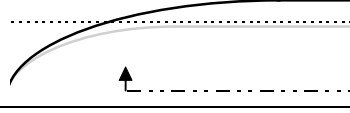
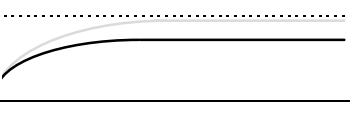
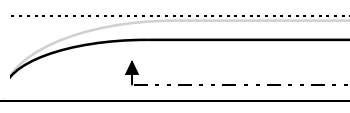
Die für den Regelkreis zu berücksichtigenden Fehlerursachen und deren Auswirkungen sind in **Tabelle 4** zusammengefasst. Dabei wird das Regelkreisverhalten exemplarisch für einen Sollwertsprung oder einer kurzen Steigung der Form



angegeben. Eingezeichnet ist der tatsächliche Verlauf der Auswirkung auf die Motordrehzahl und die beobachtbare gemessene Drehzahl. Die Signalschwankungen aufgrund fehlerhafter Impulsräder sind, entgegen der skizzierten Darstellung, in der Realität wesentlich kürzer als die Einregelzeit. Als Referenz ist das korrekte Verhalten und das „*steady-state*“ Verhalten eingezeichnet.

Legende zu Tabelle 4:



Fehlerursachen	Fehlerauswirkung (ω)	Fehlererkennung (ω_n)
korrekt		
sporadischer Schlupf		
totaler Schlupf, Spalt zu groß, Zahnrad nicht ferromagnetisch Triggerschwelle zu hoch		
Zähnezahl zu niedrig, Auswertezähnezahl zu hoch, konstanter Schlupf		
Zähnezahl zu hoch, Auswertezähnezahl zu niedrig		
fehlender Zahn		
Nut oder Grat		
Zahn versetzt (zu früh oder zu spät)		
Reglerkonstante zu niedrig, Antriebskonstante zu niedrig		
Reglerkonstante zu hoch, Flußkonstante zu niedrig, Eisenverluste zu hoch		

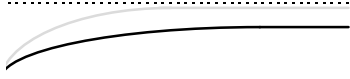
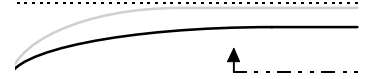





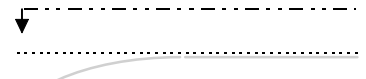
Fehlerursachen	Fehlerauswirkung (ω)	Fehlererkennung (ω_m)
Widerstand von Feld- und/oder Ankerspule zu hoch		
Trägheitsmoment T zu hoch		
Trägheitsmoment zu niedrig		
Motorklemmer, Kabelbruch Regler-Motor		

Tabelle 4: Fehlerursachen, Fehlerauswirkungen und Fehlerentdeckung im Regelkreis mit Elektromotor

4.3 Mächtigkeit der Modelle zur Diagnose des Regelkreises – theoretische Ergebnisse

Die Evaluierung der Modelle in Hinblick auf Diagnose soll sowohl theoretisch als auch praktisch erfolgen. In diesem Abschnitt wird formal nachgewiesen, daß sich die meisten Fehlerursachen aufgrund der erstellten Modelle erkennen lassen. In Kapitel 4.5 wird dieses Resultat dann praktisch bestätigt und auf Möglichkeiten der Fehleridentifizierung eingegangen.

Verwendet man die erstellten Modelle für Regelkreiskomponenten zur Diagnose des Regelkreises, so erhält man folgendes Ergebnis:

- Von **26** angegebenen Fehlerursachen
- werden **24** allein anhand des Vergleichs des Meßwertes mit dem stabilen Zustand entdeckt.

In **Tabelle 4** sind zu jeder Fehlerart die Zeitpunkte eingetragen, in denen die Anwesenheit eines Fehlers erkannt wird. Wo über einen längeren Zeitraum hinweg stän-

dig eine erkennbare Abweichung vom korrekten Verhalten vorliegt, ist dies gekennzeichnet. Auffällig ist, daß Fehlerursachen zum Teil schon recht früh entdeckt werden, mit Sicherheit aber nach einer „Einregelzeit“. Die zwei nicht erkannten Fehlerursachen sind die Abweichungen der Trägheit des Motors. Ein träger Motor äußert sich nur durch eine langsamere Einregelung auf die Sollgeschwindigkeit. Da die Modelle nicht zwischen „langsam“ und „schnell“ unterscheiden können, bleibt dieser Fehler unentdeckt.

Zur Begründung, wie das Ergebnis erzielt wird, seien hier die Kriterien angegeben, die hinreichen, um ein fehlerhaftes Verhalten aufzudecken:

1. Die gemessene Drehzahl bleibt **konstant null**
2. Die gemessene Drehzahl bleibt **konstant**, liegt jedoch **unter** der vorgegebenen Solldrehzahl
3. Die gemessene Drehzahl bleibt **konstant**, liegt jedoch **über** der vorgegebenen Solldrehzahl
4. Die gemessene Drehzahl **entspricht der Solldrehzahl** oder liegt darunter und **fällt**.
5. Die gemessene Drehzahl **entspricht der Solldrehzahl** oder liegt darüber und **steigt**.

Wohlgermerkt sind diese Kriterien nicht „per Hand“ eingegeben, sondern werden **automatisch** aus der Anwendung der Modelle gewonnen. Exemplarisch soll am zweiten und fünften Fall gezeigt werden, wie allein durch den Vergleich mit dem stabilen Zustand die Beobachtungen zu einem Widerspruch mit den Modellen für das korrekte Verhalten führen.

Als Erinnerung sei noch einmal beschrieben, wie aus **beliebigen** Beobachtungen des Meßwertes ω_m die in der Propagierung verwendete **Abweichung vom stabilen Zustand** (steady state) errechnet werden. Zum einen ist im stabilen Zustand die Ableitung der Motordrehzahl und damit auch die Ableitung der gemessenen Drehzahl null. Aus $\left(\frac{d\omega_m}{dt}\right)_{vgl} = 0$ folgt $\Delta\left(\frac{d\omega_m}{dt}\right) = \left(\frac{d\omega_m}{dt}\right)$. Des weiteren entspricht die Motorgeschwindigkeit der Solldrehzahl. Mit $\omega_{vgl} = s$ gilt auch $\omega_{m-vgl} = s$, und man erhält $\Delta\omega_m = \omega_m - s$. Will man die Fehlerentdeckung allein auf Ursachen beschränken, die in den Komponenten des Regelkreises liegen, so nimmt man zusätzlich an, daß der Sollwert korrekt ist: $\Delta s = 0$.

Widerlegung eines korrekten Verhaltens mit „Drehzahl konstant jedoch unter Sollwert“:

Aufgrund korrekter Verbindungen kann die Unterscheidung zwischen gestrichenen und ungestrichenen Größen fallengelassen werden.

Als Beobachtungen ergeben sich:

$$\text{Drehzahl konstant:} \quad \partial\omega_m \equiv 0, \quad \partial\Delta\omega_m \equiv 0 \quad (\text{b1})$$

$$\text{Drehzahl} < \text{Sollwert:} \quad [\Delta\omega_m] \equiv [-] \quad (\text{b2})$$

$$\text{Sollwert fehlerfrei:} \quad [\Delta s] \equiv 0 \quad (\text{b3})$$

Die durch den Vorhersagealgorithmus einer Diagnosemaschine (etwa GDE⁺) aus den Modellen und den Beobachtungen gewonnenen Ableitungen werden hier tabellarisch wiedergegeben. Die Spalte mit den Beziehungen verweist dabei auf die Numerierung der Modellfragment in 3.5-3.7. Die Antezedentenspalte enthält bereits abgeleitete Aussagen. Setzt man diese in die Beziehungen ein, so erhält man die Konsequenzen.

Beziehung	Antezedenten	Konsequenz
(da,b0)		$[\Delta c] \equiv 0, \partial c \equiv 0$
(D2)	$[\Delta c] \equiv 0, [\Delta\omega_m] \equiv [-]$	$[\Delta\omega] = [-]$
(D4)	$[\Delta c] \equiv 0, \partial c \equiv 0, \partial\Delta\omega_m \equiv 0$	$\partial\Delta\omega = 0$
(m0)		$[\Delta T] \equiv 0, [\Delta k_M] \equiv 0$
(M2)	$[\Delta T] \equiv 0, [\Delta k_M] \equiv 0, \partial\Delta\omega = 0, [\Delta\omega] = [-]$	$[\Delta v] = [-]$
(r0)		$[\Delta k_R] \equiv 0$
(R2)	$[\Delta k_R] \equiv 0, [\Delta s] \equiv 0, [\Delta\omega] = [-], [\Delta v] = [-]$	\perp

Am Beispiel der zweiten Zeile demonstriert, sind Ableitungen wie folgt zu lesen:

„Da die Antezedenten $[\Delta c] \equiv 0$ und $[\Delta\omega_m] \equiv [-]$ bereits bewiesen worden sind, folgt aus Beziehung (D2), daß $[\Delta\omega] = [-]$ “

Die letzte Zeile besagt, daß die Ableitungskette mit (R2) einen Widerspruch (\perp) abgeleitet hat und somit inkonsistent ist. Der Widerspruch ist auflösbar, indem

eine der Annahmen (da,b0), (m0) oder (r0), die das korrekte Verhalten der drei Regelkreiskomponenten widerspiegeln, zurückgezogen wird. Aus der Sicht konsistenzbasierter Diagnose ist also jeder der drei Komponenten ein plausibler Kandidat, was anhand von **Tabelle 4** bestätigt werden kann.

Widerlegung eines korrekten Verhaltens mit „Drehzahl entspricht der Soll-drehzahl oder liegt darüber und steigt“:

Dies sind eigentlich zwei verschiedene Fälle: a) die gemessene Drehzahl entspricht genau der Soll-drehzahl oder b) sie darüber liegt. Exemplarisch wird a: $[\Delta\omega_m] \equiv 0$ behandelt, b: $[\Delta\omega_m] \equiv [+]$ ergibt sich analog, wobei im zweiten Ableitungsschritt $[\Delta\omega] \equiv [+]$ statt $[\Delta\omega] \equiv 0$ ermittelt wird.

Die Beobachtungen lauten nun:

Drehzahl steigt: $\partial\omega_m \equiv [+], \partial\Delta\omega_m \equiv [+]$ (b1')

Drehzahl = Sollwert: $[\Delta\omega_m] \equiv 0$ (b2')

Sollwert korrekt: $[\Delta s] \equiv 0$ (b3')

Beziehung	Antezedenten	Konsequenz
(da,b0)		$[\Delta c] \equiv 0, \partial c \equiv 0$
(D2)	$[\Delta c] \equiv 0, [\Delta\omega_m] \equiv 0$	$[\Delta\omega] = 0$
(D4)	$[\Delta c] \equiv 0, \partial c \equiv 0, \partial\Delta\omega_m \equiv [+]$	$\partial\Delta\omega = [+]$
(m0)		$[\Delta T] \equiv 0, [\Delta k_M] \equiv 0$
(M2)	$[\Delta T] \equiv 0, [\Delta k_M] \equiv 0, \partial\Delta\omega = [+], [\Delta\omega] = 0$	$[\Delta v] = [+]$
(r0)		$[\Delta k_R] \equiv 0$
(R2)	$[\Delta k_R] \equiv 0, [\Delta s] \equiv 0, [\Delta\omega] = 0, [\Delta v] = [+]$	\perp

Auch hier sind wieder alle Komponenten am Widerspruch der letzten Zeile beteiligt und demnach auch alle potentielle Fehlerquellen. Die erste, dritte und vierte Möglichkeit fehlerhaften Verhaltens leitet analog einen Widerspruch bezüglich des korrekten Verhaltens ab.

Auch wenn eine **Fehlerentdeckung** weitgehend erfolgreich vollzogen wird, ist die **Fehlerisolierung** noch unzufriedenstellend. Aufgrund der Beobachtungen kann keiner der auftretenden Fehlerfälle eindeutig identifiziert werden. Stets sind alle drei Regelkreiskomponenten verdächtig. Ein Blick auf **Tabelle 4** läßt vermuten, daß für einen erfolgreicherer Ansatz mehr Information über den zeitlichen Verlauf des Meßwertes berücksichtigt werden muß. Kapitel 5-7 zeigen, daß auch hier erfolgreiche Methoden entwickelt werden können.

4.4 Praktische Anwendung der Modelle zur Unterstützung von FMEA

Die implementierten Modelle wurden verwendet, um Aussagen abzuleiten, wie sie in der FMEA auftreten. Hierzu wird von der Diagnose-Maschine nur der Vorhersagegenerator („*predictor*“) benötigt. Ausgehend von Annahmen über aufgetretene Fehlerursachen, kann er aus den implementierten Modellen das Verhalten des Gesamtsystems ableiten. Neben dem korrekten Verhalten wurden fünf mögliche Fehlerauswirkungen untersucht:

1. Die Drehzahl bleibt konstant null ($[\omega] = 0, \partial\omega = 0$).
2. Die Drehzahl ist positiv und bleibt konstant, liegt jedoch unter dem vorgegebenen Sollwert ($[\omega] = [+], [\Delta\omega] = [-], \partial\omega = 0$).
3. Die Drehzahl ist positiv und bleibt konstant, liegt jedoch über dem vorgegebenen Sollwert ($[\omega] = [+], [\Delta\omega] = [+], \partial\omega = 0$).
4. Die Drehzahl ist positiv, entspricht dem Sollwert oder liegt darunter und fällt ($[\omega] = [+], [\Delta\omega] = 0$ oder $[\Delta\omega] = [-], \partial\omega = [-]$).
5. Die Drehzahl ist positiv, entspricht dem Sollwert oder liegt darüber und steigt ($[\omega] = [+], [\Delta\omega] = 0$ oder $[\Delta\omega] = [+], \partial\omega = [+]$).

Diese Fehlerauswirkungen wurden auf Konsistenz mit den vorgegebenen Fehlerursachen geprüft. Das Ergebnis ist in der nachfolgenden **Tabelle 5** zusammengefaßt. Ein Kreuz (✖) kennzeichnet dabei eine abgeleitete Inkonsistenz. Der markierte Fehler kann dann nachweislich nicht diese Auswirkungen herbeiführen. Ein Haken (✓) bedeutet, daß eine Inkonsistenz nicht nachgewiesen wurde. Die FMEA wurde aufgestellt für eine positive, korrekte Solldrehzahl ($[s] \equiv [+], [\Delta s] \equiv 0$). Als Abweichungen wurden die Abweichungen vom *steady state* gewählt.

Fehlerursache	Fehlerauswirkung					stabil
	1	2	3	4	5	$[\Delta\omega]$
Reglerkonst. zu niedrig $[\Delta k_R] = [-]$	x	x	✓	(✓)	✓	[+]
Reglerkonst. zu hoch $[\Delta k_R] = [+]$	x	✓	x	✓	x	[-]
Motorkonst. null $[k_M] = 0$	✓	✓	✓	x	x	[?]
Motorkonst. zu niedrig $[\Delta k_M] = [-]$	x	✓	x	✓	x	[-]
Motorkonst. zu hoch $[\Delta k_M] = [+]$	x	x	✓	x	✓	[+]
Motorklemmer „ $T = \infty$ “	✓	✓	✓	x	x	[?]
Trägheit zu niedrig $[\Delta T] = [-]$	x	x	x	(✓)	x	0
Trägheit zu hoch $[\Delta T] = [+]$	x	x	x	x	x	0
Meßfaktor zu niedrig $[\Delta c] = [-]$ ($\partial c = [?]$)	x	x	✓	x	✓	[+]
Meßfaktor zu hoch $[\Delta c] = [+]$ ($\partial c = [?]$)	x	✓	x	✓	x	[-]
korrekt	x	x	x	x	x	0

Tabelle 5: Anwendung der Regelkreismodelle für FMEA

Die letzte Spalte der Tabelle zeigt die Abweichung der Drehzahl vom Sollwert, für den Fall, daß ein stabiler Zustand erreicht wird (was nicht zwingend abgeleitet werden kann). Man liest also beispielsweise aus der Tabelle ab, daß bei einer zu hohen Reglerkonstante die Drehzahl unter den Sollwert fallen und dort stabil bleiben kann, sie jedoch nicht die vorgegebene Drehzahl übersteigen kann.

Die beiden eingeklammerten Haken („(✓)“) in der Tabelle stellen Beziehungen zwischen Fehlerursachen und Fehlerauswirkungen dar, die nicht widerlegt werden konnten, jedoch aufgrund der **numerischen** Beschreibung unmöglich sind. Diese beiden „*spurious solutions*“ können durch Erweiterung der Modelle beseitigt werden, allerdings sind diese Modellerweiterungen dann nur anwendbar für den Vergleich mit dem *steady state*:

Aus der Reglergleichung $k_R * v = 2 * s - \omega_m$ und der Kenntnis, daß im korrekten Gleichgewichtszustand $\omega_{m\text{-steady}} = s_{\text{steady}}$ gilt, erstellt man

$$\Delta_{\text{steady}} \omega_m - \Delta_{\text{steady}} s = \omega_m - s = s - k_R * v,$$

womit sich folgende Regel ergibt:

$[\Delta_{\text{steady}} \omega_m] \oplus [k_R] \otimes [v] = [s] \oplus [\Delta_{\text{steady}} s] \quad (\text{R3})$
--

Aus der Motorgleichung $T * \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_M * v'$ und der Kenntnis, daß im Gleichgewichtszustand $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\text{steady}} = 0$ gilt, erstellt man

$$T * \Delta_{\text{steady}} \left(\frac{d\omega}{dt}\right) + \Delta_{\text{steady}} \omega = \Delta_{\text{steady}} k_M * v' + \Delta_{\text{steady}} v'$$

und erhält:

$[T] \otimes \partial \Delta_{\text{steady}} \omega + [\Delta_{\text{steady}} \omega] = [\Delta_{\text{steady}} k_M] \otimes [v'] \oplus [\Delta_{\text{steady}} v'] \quad (\text{M3})$

Mit diesen beiden zusätzlichen Regeln können die *spurious solutions* widerlegt werden.

4.5 Praktische Anwendung der Modelle zur Diagnose

Die Eignung der Modelle für Diagnose soll nun ebenfalls anhand der Implementierung belegt werden. Eine Anwendung auf „echte“ Daten steht hierbei noch aus. Als Ersatz wurde ein Vorgehen wie bei der FMEA-Unterstützung gewählt: es wurden hypothetische Beobachtungen vorgegeben, und untersucht mit welchen Fehlermodellen diese konsistent sind. Untersucht wurden die fünf Fehlerkriterien, von denen in 4.3 behauptet wurde, daß sie in jeder Fehlersituation zumindest zeitweise auftreten. Im einzelnen wurden behandelt:

1. Die gemessene Drehzahl bleibt konstant null.
2. Die gemessene Drehzahl ist positiv, bleibt konstant, liegt jedoch unter der vorgegebenen Solldrehzahl.
3. Die gemessene Drehzahl ist positiv, bleibt konstant, liegt jedoch über der vorgegebenen Solldrehzahl.
4. Die gemessene Drehzahl ist positiv, entspricht der Solldrehzahl oder liegt darunter und fällt.
5. Die gemessene Drehzahl ist positiv, entspricht der Solldrehzahl oder liegt darüber und steigt.

Auch hier wurde eine korrekte, positive Solldrehzahl angenommen und als Vergleichswert der korrekte *steady state* gewählt. **Tabelle 6** faßt die Ergebnisse dieser Auswertung zusammen. Im Gegensatz zu **Tabelle 5** geben die in **Tabelle 6** skizzierten Zustände den Verlauf des **Meßwertes** wieder. In der letzten Spalte ist gekennzeichnet, ob dieser Fehlerfall mit dem korrekten, stabilen Zustand ($[\Delta\omega_m] = 0$, $\partial\Delta\omega_m = 0$) konsistent ist.

Fehlerursache	Fehlerauswirkung					stabil
	1	2	3	4	5	ok
Reglerkonst. zu niedrig [Δk_R] = [-]	x	x	✓	(✓)	✓	x
Reglerkonst. zu hoch [Δk_R] = [+]	x	✓	x	✓	x	x
Motorkonst. null [k_M] = 0	✓	✓	✓	x	x	x
Motorkonst. zu niedrig [Δk_M] = [-]	x	✓	x	✓	x	x
Motorkonst. zu hoch [Δk_M] = [+]	x	x	✓	(✓)	✓	x
Motorklemmer „T = ∞“	✓	✓	✓	x	x	✓
Trägheit zu niedrig [ΔT] = [-]	x	x	x	(✓)	x	✓
Trägheit zu hoch [ΔT] = [+]	x	x	x	x	x	✓
Meßfaktor zu niedrig [Δc] = [-] ($\partial c = [?]$)	x	✓	x	✓	x	x
Meßfaktor zu hoch [Δc] = [+] ($\partial c = [?]$)	x	x	✓	(✓)	✓	x
korrekt	x	x	x	x	x	✓

Tabelle 6: Anwendung der Regelkreismodelle für Diagnose

Ein entscheidender Vorteil der qualitativen Modellierung ist, daß **zehn** Fehlermodelle in **Tabelle 6** ausreichen, um die **26** Fehlerursachen aus **Tabelle 4** abzudecken.

Dies wird deshalb erreicht, indem **ein** qualitatives Fehlermodell eine **Klasse** von Komponentenfehlern beschreibt.

Aus **Tabelle 6** ist zu entnehmen, daß nur eine fehlerhafte Trägheit zu einem Verhalten führt, das im stabilen Zustand mit dem korrekten Verhalten verwechselt werden kann. Dies bestätigt die Argumentation in 4.3. Die hier enthaltenen *spurious solutions* verschwinden mit den in 4.4 aufgeführten zusätzlichen Regeln und unter Ergänzung durch:

$$\partial\Delta_{\text{steady}}\omega \equiv \partial\omega \quad (\text{X1})$$

Diese Regel leitet sich direkt aus der Definition des *steady states* mit $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\text{steady}} = 0$ ab.

Aus der Tabelle ergibt sich ferner, daß allein aufgrund der geschilderten Beobachtungen viele der Fehlerursachen nicht unterschieden werden können, da sie zu den gleichen beobachtbaren Fehlerauswirkungen führen.

4.6 Ergänzungen und Erweiterungen für andere Sollwertverläufe

Es fällt auf, daß weder bei der Argumentation in 4.3 noch bei der automatischen Ableitung von Aussagen aus den Modellen in 4.4 und 4.5 eine explizite Annahme über die Ableitung des Sollwertes gemacht wird. Obwohl als Vergleichszustand der stabile Zustand herangezogen wird können viele Fehlerarten schon erkannt werden **bevor** Stabilität erreicht wird. Aus diesem Grund muß auch nicht gefordert werden, daß das System jemals einen stabilen Zustand erreicht oder anstrebt.

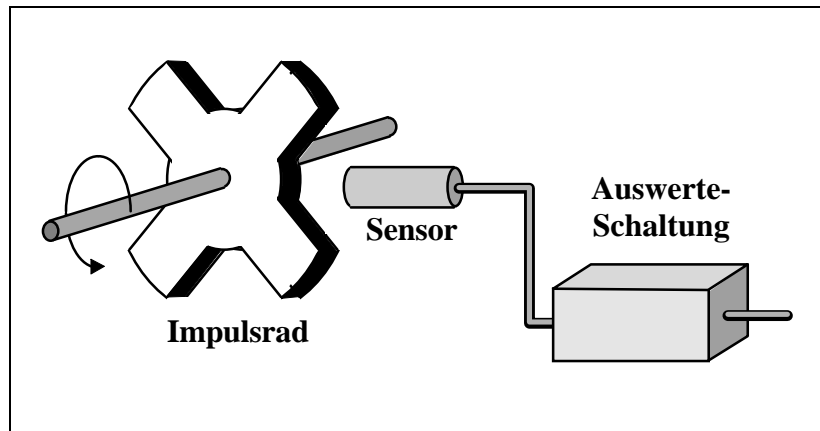
Es ist zu erwarten, daß anhand der vorgestellten Modelle auch **kompliziertere Sollwertverläufe** als die „Treppe“ oder „kurze Steigung“ diagnostiziert werden können. Dies wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht mehr nachgewiesen. Um bei längeren, gleichmäßigen Rampen (*steady ramp*) ähnliche Mächtigkeit wie im stabilen Zustand zu erhalten, kann es nützlich sein, die Modelle zu erweitern. Durch eine weitere Differentiation der die Komponenten beschreibenden numerischen Gleichungen, können dafür zusätzliche, qualitative Modellfragmente gewonnen werden. Eine gleichmäßige Rampe ist dann durch eine verschwindende **zweite**

Ableitung der Motordrehzahl charakterisiert. Die erste Ableitung der Motordrehzahl ist in diesem Fall, gemäß Motorgleichung, gleich der Ableitung der Solldrehzahl.

5 Modellierung der Drehzahlerfassung

In diesem Kapitel wird genauer auf Fehler in der Drehzahlerfassung eingegangen. Es werden Methoden zur temporalen Abstraktion periodischer Signale eingeführt und diese werden für die Modellierung von Komponenten der Drehzahlerfassung angewandt.

Im Verlauf von Kapitel 3 sind Modelle für die Komponenten des Regelkreises vorgestellt worden. Dabei sind die Funktion und die Fehlerursachen der Drehzahlerfassung nur sehr grob charakterisiert worden, weshalb einige der auftretenden Fehler nicht voneinander unterschieden werden konnten. Ausgehend von der Beschreibung in Kapitel 2.1 wird im Folgenden untersucht, inwieweit eine präzisere Beschreibung der Drehzahlerfassung anhand ihrer Struktur und der Funktion ihrer Teilkomponenten erstellt und für die Fehlerdiskriminierung verwendet werden kann.



**Abbildung 9: Die Drehzahlerfassung
(ohne Berechnungsroutine)**

Die Drehzahlerfassung gliedert sich in mehrere Komponenten, durch deren Zusammenwirken die gewünschte Funktion erfüllt wird, die da lautet die Winkelgeschwindigkeit einer Achse zu messen. Eine Zerlegung soll hier mehr nach Funktionseinheiten als nach physikalischen Gesichtspunkten erfolgen. So erhält man die Komponenten

- Impulsrad,
- induktiver Sensor und Auswerteschaltung und
- Berechnungsroutine.

Durch sie wird die Funktion der Drehzahlerfassung in mehrere Teilaufgabe zerlegt

- Umwandeln der Rotation in eine periodische Änderung der Permeabilität in einem festgelegten Meßbereich. Die Frequenz dieser Permeabilitätsänderung soll dabei proportional zur Rotationsfrequenz sein. (Diese Aufgabe wird erfüllt durch das Impulsrad.)
- Umwandeln der periodischen Änderung der Permeabilität im Meßbereich in eine Impulsfolge mit gleicher Frequenz. (Diese Aufgabe wird erfüllt durch Sensor und Auswerteschaltung.)
- Ermittlung der Frequenz aus dem Impulsabstand und Errechnung der ursprünglichen Rotationsfrequenz aus dieser Impulsfrequenz und dem, im ersten Schritt festgelegten Proportionalitätsfaktor. (Diese Aufgabe wird erfüllt durch die Berechnungsroutine.)

Abbildung 10 stellt die Wirkungskette von der Winkelgeschwindigkeit der Achse bis hin zur gemessenen Drehzahl dar. Bei jedem der Zwischenschritte, die detaillierter dargestellt sind, als dies aus der ersten funktionalen Zerlegung ablesbar ist, wirken Einflußfaktoren auf die funktionserfüllende Komponente, die Ursachen für Fehlverhalten sein können:

- Die Befestigung überträgt die Rotation der Achse ω_{Achse} auf das Impulsrad ω_{Rad} . Durch Schlupf S kann diese Übertragung beeinträchtigt sein.
- Das Impulsrad bewirkt aufgrund von Rotation eine Änderung der Permeabilität μ im Meßbereich. Entscheidend ist hier vor allem das Muster der Zahnstruktur des Impulsrades $R(\varphi)$, aber auch die Permeabilität des Materials μ_{mat} ist von Bedeutung.

- Der induktive Sensor reagiert auf Permeabilitätsänderungen mit einer Induktionsspannung v_{ind} . Ausschlaggebend ist dabei die breite des Spaltes b zwischen Sensor und Impulsrad.
- Die Auswerteschaltung wandelt das Spannungssignal in klare Impulse I . Wann, wird durch die Triggerschwelle a festgelegt.
- Die Berechnungsroutine errechnet aus dem Impulsabstand und der Konstante N_a (der Zähnezah des Impulsrad entsprechend) die gemessene Drehzahl ω_m .

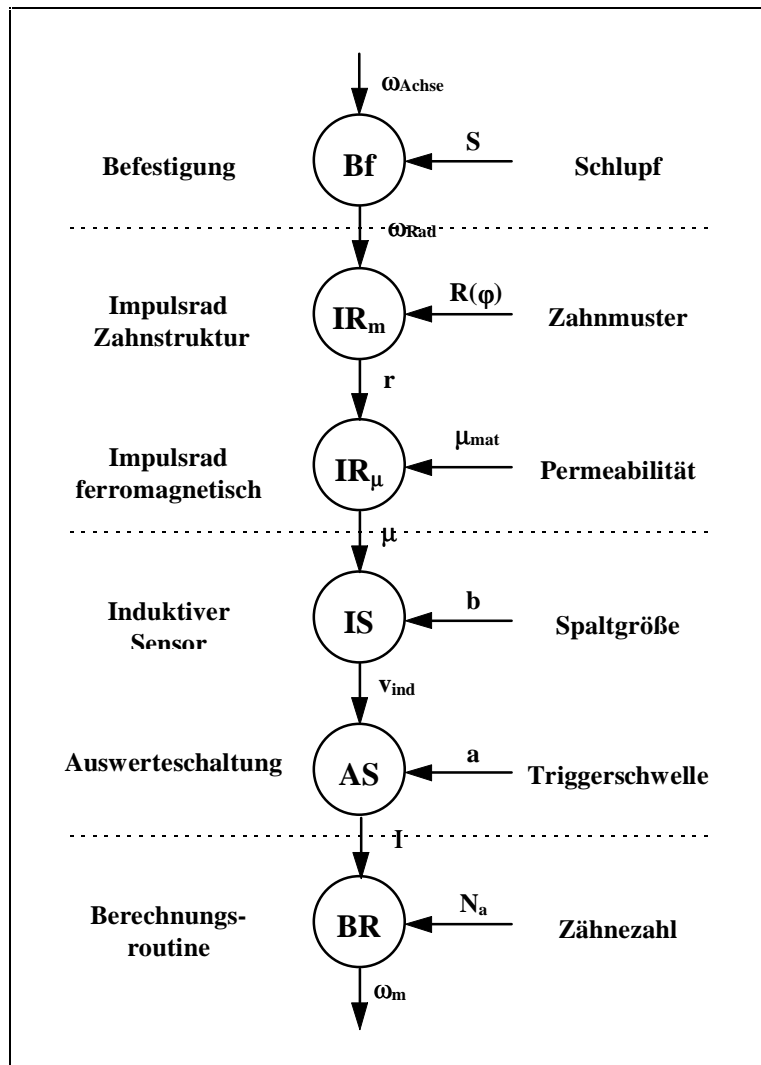


Abbildung 10: Die „Leiter“ Schritte zur Drehzahlerfassung

Für gleichmäßige Rotation der Achse, ist in **Abbildung 11** der typischer Verlauf einiger Variablenwerte aus der „Leiter“ angegebenen. Dabei wird deutlich, daß die Signalformen dieser Variablen sehr kompliziert sind. Der angegebene Verlauf ist hier schon stark vereinfacht aufgezeichnet worden. Ebenso komplex ist die Beschreibung der Zusammenhänge, mit der sich ein Signalverlauf aus einem anderen ergibt. Dabei entscheiden allein die wenigen Zeitpunkte, zu denen ein Impuls erzeugt wird, welche gemessene Drehzahl am Ende errechnet wird. Der Rest des Kapitels widmet sich einer „intuitiven“ Beschreibung der Zusammenhänge bei der Drehzahlerfassung. Erst in Kapitel 6 wird eine qualitativen, temporal abstrahierte Formalisierung eingeführt.

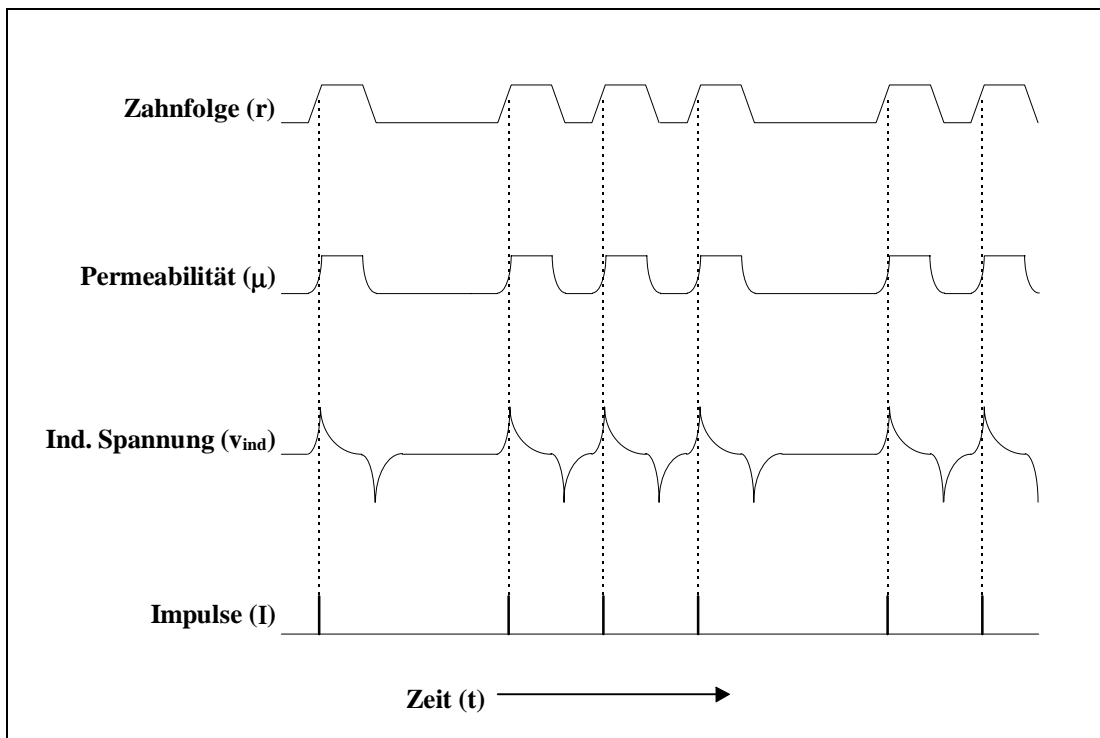


Abbildung 11: Ausgewählte Variablen der Drehzahlerfassung mit Werteverlauf

5.1 Modellierung des Impulsrades

Die Aufgabe des Impulsrades besteht darin, die Rotation einer Achse in eine periodische Änderung der Permeabilität in einem festgelegten Meßbereich umzuwandeln. Die Frequenz dieser Permeabilitätsänderung soll dabei proportional zur Ro-

tationsfrequenz sein. Detaillierter dargestellt wird diese Funktion in drei Schritten erreicht:

- Übertragung der Rotation von der Achse auf ein Zahnrad.
- Bei Rotation bewirkt die Zahnstruktur des Zahnrades, daß in gleichmäßigem Wechsel Zähne und Lücken im Meßbereich liegen. Die Frequenz dieser Wechsel ist dabei proportional zur Rotation des Zahnrades und abhängig von der Zähnezahl.
- Das Material des Zahnrades weist ein homogene, hohe Permeabilität auf. Aufgrund dieser Eigenschaft ändert sich beim Übergang zwischen Zähnen und Lücken die Permeabilität im Meßbereich.

Jeder dieser drei Schritte ist fehleranfällig.

Modellierung der Befestigung:

Die Befestigung stellt eine Verbindung zwischen Achse und Zahnrad her. Idealerweise gilt die Beziehung $\omega_{\text{Rad}} = \omega_{\text{Achse}}$. Aufgrund von Schlupf des Rades kann es jedoch zu Abweichungen kommen. Wird der **Schlupffaktor** S mit berücksichtigt, so lautet die Gleichung entsprechend

$$\omega_{\text{Rad}} = \omega_{\text{Achse}} * (1 - S). \quad (20)$$

Der Schlupf kann sich dabei zwischen 0 (kein Schlupf) und 1 (totaler Schlupf) bewegen. Andere Schlupfwerte, die kleiner als 0 oder größer als 1 sind, werden nicht betrachtet. Es wird ferner danach unterschieden, ob der Schlupf über die ganze Zeit hinweg gleich bleibt, oder nicht. Dies äußert sich dann auch in der Beschleunigung des Impulsrades

$$\frac{d\omega_{\text{Rad}}}{dt} = \frac{d\omega_{\text{Achse}}}{dt} * (1 - S) - \omega_{\text{Achse}} * \frac{dS}{dt} \quad (21)$$

Der Faktor $(1 - S)$ wird auch Mitnahmefaktor M genannt. Aus Gleichung (20) ergibt sich damit:

$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv [\omega_{\text{Achse}}] \otimes [M] \quad (\text{Bf1})$

Berechnet man mit (13) aus (20) die Abweichung der Rotationsgeschwindigkeit des Rades von einem Vergleichszustand (wie in Kapitel 3.4 beschrieben), so erhält man

$$[\Delta\omega_{\text{Rad}}] = [\Delta\omega_{\text{Achse}}] \otimes [M_{\text{vgl}}] \oplus [\omega_{\text{Achse}}] \otimes [\Delta M]$$

und, da für korrektes Verhalten M_{vgl} positiv ist:

$$[\Delta\omega_{\text{Rad}}] = [\Delta\omega_{\text{Achse}}] \oplus [\omega_{\text{Achse}}] \otimes [\Delta M] \quad (\text{Bf2})$$

Es gilt $\frac{dM}{dt} = -\frac{dS}{dt}$. Somit leitet sich aus (21) ab:

$$\partial\omega_{\text{Rad}} = \partial\omega_{\text{Achse}} \otimes [M] \oplus [\omega_{\text{Achse}}] \otimes \partial M \quad (\text{Bf3})$$

Bestimmt man aus (21) die Abweichung vom Vergleichszustand, so erhält man mit (13) die Gleichung

$$\partial\Delta\omega_{\text{Rad}} = \partial\Delta\omega_{\text{Achse}} \oplus \partial\omega_{\text{Achse}} \otimes [\Delta M] \oplus [\omega_{\text{Achse}}] \otimes \partial M, \quad (\text{Bf4})$$

wobei die Vorgabe $[M_{\text{vgl}}] \equiv [+]$ und $[\partial M_{\text{vgl}}] \equiv 0$ (und somit $\partial\Delta M \equiv \partial M$) ausgenutzt worden ist. Die Fehlerursachen der Befestigung äußern sich dann in folgenden Fehlermodellen:

- Kkorrektes Verhalten ($M = 1, \frac{dM}{dt} = 0$)

$$[M] \equiv [+], [\Delta M] \equiv 0, \partial M \equiv 0 \quad (\text{bf0})$$

- Totaler Schlupf ($M = 0, \frac{dM}{dt} = 0$)

$$[M] \equiv 0, [\Delta M] \equiv [-], \partial M \equiv 0 \quad (\text{bf1})$$

- Konstanter, nicht totaler Schlupf ($0 < M < 1, \frac{dM}{dt} = 0$)

$$[M] \equiv [+], [\Delta M] \equiv [-], \partial M \equiv 0 \quad (\text{bf2})$$

- Unregelmäßiger Schlupf ($0 < M < 1$, $\frac{dM}{dt}$ nicht immer 0)

$$[M] \equiv [+], [\Delta M] \equiv [-] \quad (\text{bf3})$$

Das Modell für konstanten Schlupf (bf2) wird dabei vom Modell für unregelmäßigen Schlupf subsumiert.

Modellierung der Zahnstruktur des Impulsrades:

Die Zahnstruktur des Impulsrades setzt sich korrekterweise aus einer vorgegebenen Anzahl N gleichmäßig angeordneter **Zähne** und den dazwischen liegenden **Lücken** zusammen. Für die Funktion des Impulsrades sind dabei allein die Übergänge zwischen Zähnen und Lücke, auch **Flanken** genannt, von Bedeutung.

Die **Meßstelle** ist eine ausgezeichnete, im Bezugssystem der Drehzahlerfassung ruhende Position, die von Zähnen und Lücken überstrichen wird (siehe [Abbildung 12](#)).

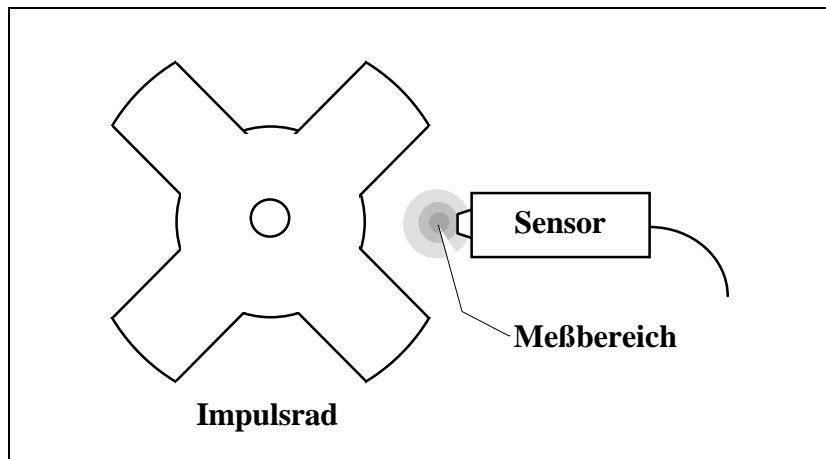


Abbildung 12: Position des Meßbereichs relativ zum Impulsrad

Wenn der Radius des Impulsrades durch die Funktion $R(\varphi)$ (im Bezugssystem des ruhenden Impulsrades) gegeben ist, dann liegt in der Meßstelle ein Radradius von r vor mit:

$$r(t) = R(-\varphi_{\text{Rad}}(t)) \quad (22)$$

Wobei angenommen wird, daß das Rad gegenüber der Meßstelle einen Winkel von φ_{Rad} aufweist. Bei positiver Drehrichtung durchlaufen die Zähne demnach

(aufgrund der unterschiedlichen Bezugssysteme) in rückwärtiger Reihenfolge die Meßstelle und eine fallende Flanke des **Zahn timers** wird eine steigende Flanke in der in der Meßstelle beobachtbaren **Zahnfolge**. Zwischen ω_{Rad} und φ_{Rad} besteht die Beziehung $\omega_{\text{Rad}} = \frac{d\varphi_{\text{Rad}}}{dt}$.

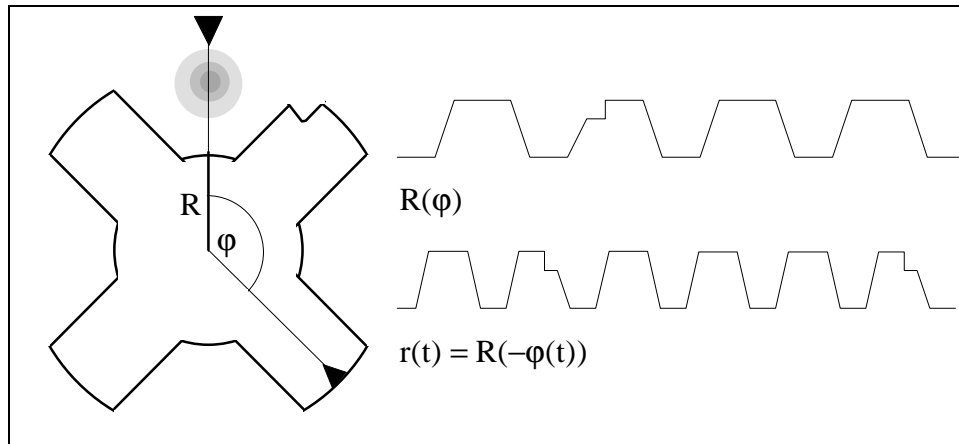


Abbildung 13: Bei positiver Drehrichtung durchlaufen die Zähne die Meßstelle „rückwärts“

Die Anwendung ist auf eine positive Drehrichtung der Achse eingeschränkt. Des Weiteren sind nur die steigenden Flanken in der Zahnfolge relevant. Die Beschreibung der Zahnstruktur des Impulsrades kann somit auf eine Beschreibung der fallenden Flanken der Zahnstruktur reduziert werden. Bei der Formalisierung in Abschnitt 6.1 wird dieses Beispiel behandelt. Hier wird die **Zahnstruktur** R des Impulsrades intuitiv, aber informell beschrieben:

- Die **Abstände** zwischen den fallenden Flanken des Impulsrades werden bezeichnet durch $Abstand(Zahn(R))$
- Der korrekte Abstand für die Zähne bestimmt sich aus der Zähnezahl zu $\frac{2\pi}{N}$.

Die **Abweichung** dieser Zahnabstände ist demnach

$$\Delta Abstand(Zahn(R)) = Abstand(Zahn(R)) - \frac{2\pi}{N}$$

- Die **Änderung der Abstände** besagt, ob ein Zahnabstand kürzer oder länger als der vorhergehende Zahnabstand ist. Qualitativ wird dies durch die **Tendenz** bezeichnet, die [-], 0 oder [+] sein kann. Informal könnte man schreiben

$$Tendenz(Zahn(R)) = [Abstand(Zahn(R)) (Anstand(vorheriger-Zahn(R)))]$$

Die Zähne eines Impulsrades werden insofern als eine endlose Folge aufgefaßt, als daß, wieder beim ersten Zahn angefangen wird nachdem der letzte Zahn erreicht ist. Auch die Zahnabstände, deren „Abweichung“ und die „Änderung der Abweichung“ sind demnach endlose Folgen. Sie werden bezeichnet durch

$$Folge(Abstand(Zahn(R))), Folge(\Delta Abstand(Zahn(R)))$$

und $Folge(Tendenz(Abstand(Zahn(R))))$

Endlose Listen sind natürlich schwer darstellbar. In 6.3 wird hierfür eine Notation eingeführt. Eine endlose Folge mit einem wiederkehrenden **Muster** läßt sich damit als Tupel schreiben. Für das Zahnmuster R des Impulsrades ergeben sich dann für ein Impulsrad, daß korrekterweise über vier Zähnen verfügt, die folgenden Muster:

- Korrektes Zahnmuster (alle Zahnflanken im Abstand $\frac{2\pi}{N}$):

$Folge([(Abstand(Zahn(R)))] \equiv (0)$ $Folge(Tendenz(Zahn(R))) \equiv (0) \qquad (r0)$
--

- Regelmäßig zu wenig Zähne ($N < N\text{-soll}$):

$Folge([(Abstand(Zahn(R)))] \equiv ([+])$ $Folge(Tendenz(Zahn(R))) \equiv (0) \qquad (r1)$
--

- Regelmäßig zu viele Zähne ($N > N\text{-soll}$):

$Folge([(Abstand(Zahn(R)))] \equiv ([-])$ $Folge(Tendenz(Zahn(R))) \equiv (0) \qquad (r2)$
--

- Ein Zahn ausgebrochen:

$$\begin{aligned}
 \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(\text{R}))]) &\equiv ([+], 0, 0) \\
 \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(\text{R}))) &\equiv ([+], [-], 0) \quad (\text{r3})
 \end{aligned}$$

- Eine zusätzliche Nut im Zahn (wirkt wie eine zusätzliche Zahnflanke):

$$\begin{aligned}
 \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(\text{R}))]) &\equiv ([-], [-], 0, 0, 0) \\
 \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(\text{R}))) &\equiv ([-], [-], [+], 0, 0) \quad (\text{r4})
 \end{aligned}$$

- Ein zusätzlicher Grat in einer Lücke (wirkt wie zusätzliche Zahnflanke):

$$\begin{aligned}
 \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(\text{R}))]) &\equiv ([-], [-], 0, 0, 0) \\
 \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(\text{R}))) &\equiv ([-], [+], [+], 0, 0) \quad (\text{r5})
 \end{aligned}$$

- Eine im Zahnmuster verspätete Zahnflanke (z. B. zu schmaler Zahn):

$$\begin{aligned}
 \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(\text{R}))]) &\equiv ([+], [-], 0, 0) \\
 \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(\text{R}))) &\equiv ([+], [-], [+], 0) \quad (\text{r6})
 \end{aligned}$$

- Eine im Zahnmuster verfrühte Zahnflanke (z. B. zu breiter Zahn):

$$\begin{aligned}
 \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(\text{R}))]) &\equiv ([-], [+], 0, 0) \\
 \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(\text{R}))) &\equiv ([-], [+], [-], 0) \quad (\text{r7})
 \end{aligned}$$

- Keine Zahnflanken (z. B. zu kleines Impulsrad):

$$\begin{aligned}
 \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(\text{R}))]) &\equiv () \\
 \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(\text{R}))) &\equiv () \quad (\text{r8})
 \end{aligned}$$

Die beschriebenen Fehlerfälle entsprechen den folgenden, schematisch dargestellten Fehlern im Zahnmuster des Impulsrades:

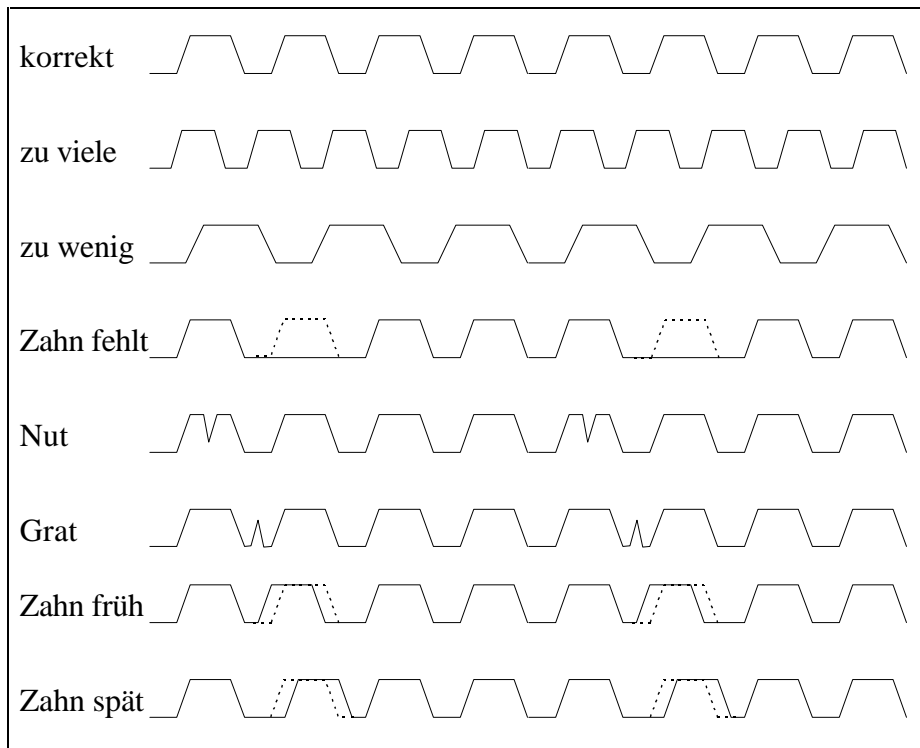


Abbildung 14: Fehler in der Zahnstruktur eines Impulsrades

Als nächster Schritt soll, ausgehend von der Beschreibung der Zahnstruktur und der Rotationsgeschwindigkeit des Impulsrades, die Folge der Flanken im Meßbereich ermittelt werden. Wird eine positive Drehrichtung des Rades vorausgesetzt, so korrespondiert jede aufsteigende Flanke im Meßbereich genau mit einer fallenden Flanke des Impulsrades.

Mit $Zahn(R)$ werden die physikalischen Zähne des Impulsrades bezeichnet. $Zahn(r)$ soll die Zähne in ihrer zeitlichen Abfolge bezeichnen, in der sie den Meßbereich durchlaufen. Ausgehend von Information über die Rotation des Impulsrades und der Zahnstruktur, soll nun auf die Abstände und Tendenz der Zahnfolge im Meßbereich geschlossen werden.

Ist $\omega_{\text{Rad}} = 0$, so durchlaufen keine Zahnflanken den Meßbereich und es gibt somit trivialerweise auch keine Abstände und Tendenzen:

$$\begin{aligned}
 [\omega_{\text{Rad}}] \equiv 0 &\Rightarrow \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(r))]) \equiv () \\
 [\omega_{\text{Rad}}] \equiv 0 &\Rightarrow \text{Folge}(\text{Tendenz}(\text{Zahn}(r))) \equiv ()
 \end{aligned}
 \tag{R1}$$

Bei einer **positiven** Rotationsgeschwindigkeit ω_{Rad} , ist nun zu beachten, daß die Zähne des Impulsrades die Meßstelle in umgekehrter Richtung durchlaufen. Auf diese Weise dreht sich auch die Folge der Abstände um. Dies wird durch einen, der Folge nachgestellten Stern (*) angedeutet.

Bei korrekter Winkelgeschwindigkeit ergibt sich:

$$\text{Folge}([\Delta\text{Abstand}(\text{Zahn}(r))]) \equiv \text{Folge}([\Delta\text{Abstand}(\text{Zahn}(R))])^*$$

Anschaulicher: zu kurze (bzw. zu lange) Zahnabstände des Impulsrades ergeben zu kurze (bzw. zu lange) zeitliche Abstände zwischen den Flanken im Meßbereich.

Allerdings kann eine Abweichung der Winkelgeschwindigkeit des Impulsrades von der intendierten Geschwindigkeit einen verstärkenden oder kompensierenden Einfluß auf diese Abweichung haben. Ein zu schnell drehendes Impulsrad erzeugt kürzere, ein zu langsam drehendes Impulsrad längere Flankenabstände. Dies läßt sich in folgender Regel ausdrücken:

$$\begin{aligned}
 [\omega_{\text{Rad}}] \equiv [+] &\Rightarrow \\
 \text{Folge}([\Delta\text{Abstand}(\text{Zahn}(r))]) &= \text{Folge}(\text{Abstand}(\text{Zahn}(R)))^* \oplus [\Delta\omega_{\text{Rad}}]
 \end{aligned}
 \tag{R2}$$

Ähnlich wird die Tendenz der Zahnfolge ermittelt. Der zeitliche Abstand benachbarter Flanken im Meßbereich kann sich verkürzen, wenn sich der Abstand der Zähne des Zahnrades verkürzt oder wenn das Rad beschleunigt. Umgekehrt kann sich der Abstand der Flanken im Meßbereich verlängern, wenn sich der Zahnabstand verlängert oder das Rad abbremst. Beim „Umkehren“ der Zahnfolge wechselt jedoch die Tendenz das Vorzeichen, da sich aus einer Folge kürzer werdender Abstände eine Folge länger werdender Abstände ergibt. Als Regel formuliert erhält man:

$$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv [+] \Rightarrow \text{Tendenz}(\text{Zahn}(r)) = -\text{Tendenz}(\text{Zahn}(R))^* \oplus \partial\omega_{\text{Rad}} \quad (\text{R3})$$

Modellierung der ferromagnetischen Eigenschaften des Impulsrades

Die bisher erwähnten Eigenschaften des Impulsrades beziehen sich allein auf seine mechanische Ausprägung und können beispielsweise auch zur Modellierung eines Zahnrades in einem Getriebe verwendet werden. Als zusätzliche Eigenschaft besteht ein Impulsrad aus einem ferromagnetischen Material, wodurch sich aufgrund der Wechsel zwischen Zähnen und Lücken im Meßbereich auch eine Änderung der Permeabilität ergibt. Dabei unterscheidet sich die Permeabilität von Luft (=Lücke) und Material (=Zahn) typischerweise um den Faktor 1000.

Eine genaue, numerische Berechnung der Permeabilitätsverteilung im Meßbereich ist sehr kompliziert. Neben Eigenschaften des Materials gehen hier durch Ummagnetisierung auch Hysterese sowie die Geometrie des Impulsrades und des Meßbereiches mit ein. Für eine qualitative Modellierung kann man jedoch davon ausgehen, daß eine entscheidende Änderung der Permeabilität immer dann stattfindet, wenn eine Zahnflanke den Meßbereich traversiert.

Es bezeichnet $\mu(t)$ die Verteilung der Permeabilität im Meßbereich zum Zeitpunkt t . Über bestimmte Zeitintervalle hinweg ist die Permeabilitätsänderung insgesamt so stark, daß sie durch nachgeschaltete Einheiten als Impuls erkannt werden kann. *Anstieg*(μ) bezeichnet jeweils den Startzeitpunkte dieser Intervalle mit stark steigender Permeabilität. Bei einem fehlerfreien Impulsrad fällt *Anstieg*(μ) mit dem Flankendurchgang im Meßbereich *Zahn*(r) zusammen. Folglich stimmen auch die Abstände und Tendenzen beider Folgen überein:

$$\begin{aligned} \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Anstieg}(\mu))]) &= \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(r))]) \text{ und} \\ \text{Tendenz}(\text{Anstieg}(\mu)) &= \text{Tendenz}(\text{Zahn}(r)) \end{aligned}$$

Dies gilt jedoch nur, wenn das Impulsrad die „richtige“ Permeabilität besitzt:

$$\begin{aligned} [\Delta\mu_{\text{mat}}] \equiv 0 \Rightarrow \\ \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Anstieg}(\mu))]) \equiv \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Zahn}(r))]) \quad (\text{Fm1}) \end{aligned}$$

$$[\Delta\mu_{\text{mat}}] \equiv 0 \Rightarrow$$

$$\text{Tendenz}(\text{Anstieg}(\mu)) \equiv \text{Tendenz}(\text{Zahn}(r)) \quad (\text{Fm2})$$

Neben dem korrekten Verhalten (fm0) wird als einzige Fehlermöglichkeit ein fehlerhaftes, nicht ferromagnetisches Material des Impulsrades behandelt (fm1)⁴:

$$[\Delta\mu_{\text{mat}}] \equiv 0, [\mu_{\text{mat}}] \equiv [+]$$

$$[\Delta\mu_{\text{mat}}] \equiv [-], [\mu_{\text{mat}}] \equiv 0$$

Bei unzureichender Permeabilität des Materials werden keine ausreichend starken Permeabilitätsänderungen im Meßbereich erreicht:

$$[\mu_{\text{mat}}] \equiv 0 \Rightarrow$$

$$\text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Anstieg}(\mu))]) \equiv () \wedge \text{Tendenz}(\text{Anstieg}(\mu)) \equiv () \quad (\text{Fm3})$$

Andere Fehlerfälle mit zu hoher oder nur leicht zu niedriger Permeabilität des Materials bleiben unbestimmt.

5.2 Modellierung des induktiven Sensor und der Auswerteschaltung

Induktiver Sensor und Auswerteschaltung sollen die Aufgabe erfüllen, aus der Änderung der Permeabilität binäre Impulse zu erzeugen. Induktive Messung erfolgt berührungslos. Dazu wird im Sensor ein magnetisches Feld erzeugt, in dem, neben einer Spule mit Polstift, auch der unter 5.1 beschriebene Meßbereich liegt. Eine zeitliche Änderung der Permeabilität im Meßbereich bewirkt eine Änderung des Flusses im magnetischen Kreis, wodurch in der Spule eine Spannung induziert wird. Die Auswerteschaltung erstellt aus diesen Spannungstößen klare, binäre Impulse.

⁴ In der Physik stellt die Materialkonstante μ_r den Faktor dar, um den die Permeabilität eines Materials größer ist als die Permeabilität des Vakuums. Ferromagnetische Stoffe kennzeichnen sich durch $\mu_r \gg 1$ aus. Aufgrund der Beschreibung von (fm1) und Regel (Fm3) ist μ_{mat} also nicht als μ_r sondern eher als $(\mu_r - 1)$ aufzufassen.

Die Modellierung der Auswerteschaltung und des induktiven Sensors soll nicht so detailliert erfolgen. In diesem Fall genügt es sogar, beide Komponenten durch ein Modell zu beschreiben, denn

- Sensor und Auswerteschaltung bilden funktional **eine** Einheit,
- in der Regel wird ein induktiver Sensor nicht ohne Auswerteschaltung eingesetzt,
- Strukturfehler, wie etwa ein Sensor an einer falschen Auswerteschaltung, sollen nicht betrachtet werden und
- weder korrektes noch fehlerhaftes Verhalten werden durch eine Trennung der Komponenten einfacher beschrieben.

Die Kombination von Sensor und Auswerteschaltung wird im folgenden als „integrierter Sensor“ bezeichnet. Am Ausgang liefert er eine Impulsfolge ι , die im wesentlichen einer charakteristischen Funktion entspricht (siehe Definition 2). Da bei jeder signifikanten Steigung der Permeabilität im Meßbereich ein Impuls erfolgen soll, ergibt sich als korrektes Verhalten:

$$\text{Impuls}(\iota) = \text{Anstieg}(\mu)$$

Hieraus läßt sich ebenfalls die Gleichheit von Abweichungen und Tendenzen ableiten. Eine korrekte Funktion ist bedingt durch eine nicht zu große Spaltbreite b zwischen Sensor und Meßbereich, da sonst ist die induzierte Spannung zu gering ist, und eine richtige Triggerschwelle a der Auswerteschaltung. Damit ergeben sich folgende Modelle für den integrierten Sensor:

$[\Delta b] \equiv [\Delta a] \equiv 0 \Rightarrow$ $\text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Impuls}(\iota))]) \equiv \text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Anstieg}(\mu))]) \quad (\text{IS1})$
$[\Delta b] \equiv [\Delta a] \equiv 0 \Rightarrow$ $\text{Tendenz}(\text{Impuls}(\iota)) \equiv \text{Tendenz}(\text{Abstieg}(\mu)) \quad (\text{IS2})$

Bei einem zu großen Spalt oder einer zu hohen Triggerschwelle wird nie ein Impuls erzeugt, andere Fehler haben hier nicht weiter bestimmte Auswirkungen:

$[\Delta b] \equiv [+] \Rightarrow$ $\text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Impuls}(t))]) \equiv \text{Tendenz}(\text{Impuls}(t)) \equiv () \quad (\text{IS3})$
$[\Delta a] \equiv [+] \Rightarrow$ $\text{Folge}([\text{Abstand}(\text{Impuls}(t))]) \equiv \text{Tendenz}(\text{Impuls}(t)) \equiv () \quad (\text{IS4})$

Der Spalt kann im Fehlerfall entweder zu schmal (isb1) oder zu breit (isb2) sein:

$[\Delta b] \equiv 0 \quad (\text{isb0})$
$[\Delta b] \equiv [+] \quad (\text{isb1})$
$[\Delta b] \equiv [-] \quad (\text{isb2})$

Analog werden Abweichungen für die Triggerschwelle a festgelegt.

5.3 Berechnungsroutine

Die Berechnungsroutine errechnet aus dem Abstand der Impulse in der Impulsfolge t die gemessene Rotationsgeschwindigkeit ω_m der Achse. In die Berechnung geht die angenommene Anzahl der Zähne des Impulsrades N_a mit ein, da die Frequenz der Impulsfolge dem N-fachen der Frequenz der Achse entspricht:

$$\omega_m = \frac{1}{N_a * \text{Abstand}(t)} \quad (23)$$

Demnach muß also immer gelten:

$$[\Delta(\omega_m * N_a * \text{Abstand}(t))] \equiv [\Delta 1] \equiv 0$$

Wendet man hierauf zweimal Gleichung (13) an, so erhält man

$$[\omega_m] \otimes [\text{Abstand}(t)] \otimes [\Delta N_a] \oplus$$

$$[N_a\text{-soll}] \otimes ([\omega_m] \otimes [\Delta \text{Abstand}(t)] \oplus [\Delta \omega_m] \otimes [\text{Abstand}(t)_{\text{vgl}}]) = 0$$

Dies kann weiter vereinfacht werden, da sowohl N_a als auch $Abstand(t)$ immer positiv sind und demnach $[Abstand(t)] \equiv [Abstand(t)_{vgl}] \equiv [N_a\text{-soll}] \equiv [+]$ gilt. Man erhält:

$$[\omega_m] \otimes [\Delta N_a] \oplus [\omega_m] \otimes [\Delta Abstand(t)] \oplus [\Delta \omega_m] = 0$$

oder $[\omega_m] \equiv [+] \Rightarrow [\Delta N_a] \oplus [\Delta Abstand(t)] \oplus [\Delta \omega_m] = 0$ (24)

Mit $[\Delta N_a] \oplus [\Delta Abstand(t)] \oplus [\Delta \omega_m] = 0$ folgt auch

$$[\Delta N_a] \oplus [\Delta Abstand(t)] = -[\Delta \omega_m].$$

Hieraus impliziert sich wiederum:

$$[\Delta N_a] \oplus Folge([\Delta Abstand(t)]) = -Folge([\Delta \omega_m]).$$

Die Konstante ΔN_a wird dabei distributiv addiert und auch die Negation erfolgt distributiv. Setzt man diese Umformung in Gleichung (24) ein, so erhält man die Regel:

$$[\omega_m] \equiv [+] \Rightarrow [\Delta N_a] \oplus Folge([\Delta Abstand(t)]) = -Folge([\Delta \omega_m]) \quad (\text{BR1})$$

Dies entspricht der Intuition, daß die gemessene Geschwindigkeit zu hoch sein kann, wenn die angenommene Zähnezah zu niedrig oder der Abstand der Impulse zu kurz ist.

Treten gar keine Impulse auf, so wird angenommen, daß die Berechnungsroutine dies nach kurzer Zeit erkennt und den Meßwert null ausgibt. Andernfalls wird nie null gemessen:

$$Tendenz(t) \equiv () \Leftrightarrow [\omega_m] \equiv 0 \quad (\text{BR2})$$

Treten Impulse auf, so bestimmt deren Tendenz die Änderung der gemessenen Drehzahl. Da die Konstante N_a unverändert bleibt, muß bei jeder Erhöhung von $Abstand(t)$ gleichzeitig eine Erniedrigung von ω_m stattfinden und umgekehrt. Überträgt man dies auf die Folge von Impulsen und Drehzahlmessungen, wobei in diesem Zusammenhang auf die Formalisierung in 6.2 hingewiesen sei, so erhält man:

$$Folge([Änderung(\omega_m)]) \equiv -Tendenz(t) \quad (BR3)$$

Für die angenommene Zähnezahl N_a sind, analog zur Behandlung der Spaltbreite in (isb0-2), die Fälle korrekt, zu groß und zu klein aufzuführen.

6 Formale Abstraktion zeitdiskreten / periodischen Verhaltens

Geleitet von den Eigenschaften, die **wesentlichen** Einfluß auf die Funktion der Drehzahlmessung haben, soll eine geeignete Abstraktion für die Signale der Drehzahlerfassung entwickelt werden. Eine Vereinfachung erfolgt dabei sowohl nach qualitativen als auch nach funktionalen und temporalen Gesichtspunkten. Im einzelnen werden folgende Hilfsmittel zur temporalen Abstraktion vorgestellt:

- Verfahren zur Beschreibung welche Punkte eines Signals **charakteristisch** sind.
- Operatoren zur Bestimmung der **Abstände** zwischen charakteristischen Ereignissen.
- Operatoren zur Beschreibung der **Abweichungen** und **Tendenzen** von Folgen charakteristischer Ereignisse.
- Selektoren zur **Extraktion** einzelner **relevanter Punkte** eines Signals.
- Eine **Repräsentation** für **wiederholende Verhaltensmuster**.

Als ein Beispiel, an dem die einzelnen Stufen der Abstraktion sowohl mitverfolgt als auch motiviert werden können, dient der Vergleich eines korrekten Impulsrades mit einem Impulsrades mit ausgebrochenem Zahn.

6.1 Abstraktion charakteristischer Zeitpunkte

Die Zahnstrukturen eines korrekten Impulsrades und eines Impulsrades mit ausgebrochenem Zahn sind in **Abbildung 15** exemplarisch dargestellt. Dabei sind die Zahnstrukturen als Funktionen beschrieben, die den Zahnradius in Abhängigkeit vom Winkel festlegen.

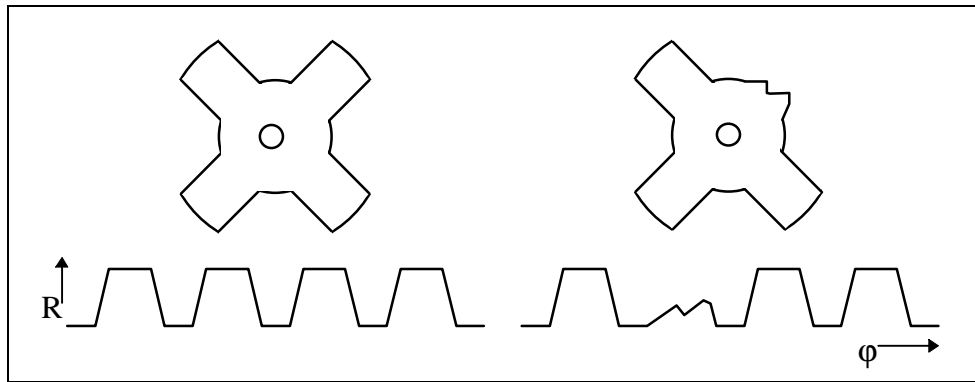


Abbildung 15: Zahnstruktur eines korrekten und eines defekten Impulsrades

Beim Einsatz des Impulsrades zur Drehzahlerfassung sind aus funktionaler Sicht nur die Punkte der Radiusfunktion von Bedeutung, die bei Rotation des Impulsrades im Sensor eine erkennbare Induktionsspannung induzieren. Mit der Annahme, daß eine homogene Permeabilität des Impulsradmaterials vorliegt, sind die entscheidenden Punkte genau die Flanken der Zähne. Nur durch diese Flanken kann eine Permeabilitätsänderung, und somit eine Induktion, erfolgen. Die funktional wesentlichen Punkte der Zahnstruktur mit steigender oder fallender Zahnflanke werden speziell gekennzeichnet. (vgl. [Abbildung 16](#))

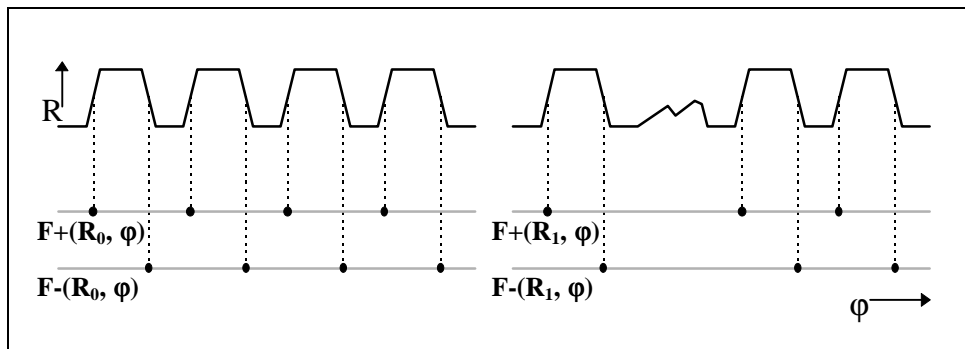


Abbildung 16: Flankenpunkte der Zahnstruktur

Eine Formalisierung dieser anschaulichen „Kennzeichnung“ bietet die nachfolgende Definition einer charakteristischen Eigenschaft, die zur Festlegung der interessanten Punkte eines Signalverlaufs verwendet werden kann.

Definition 1: Charakteristische Eigenschaft

Gegeben sei ein Klasse von Signalen

$$S: X \rightarrow Y,$$

die eine Menge X in eine beliebige Bildmenge Y abbildet. Eine **charakteristische Eigenschaft** ist ein Prädikat $p \subseteq S \times X$, welches **charakteristische Punkte** im Signalverlauf der Signale aus S kennzeichnet.

Für die Zahnstruktur ist die Radiusfunktion $R: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ das Signal in dem charakteristische Punkte, beispielsweise die fallenden Flanken, markiert werden sollen. Ein Prädikat F^- , daß alle fallenden Flanken kennzeichnet, könnte etwa definiert sein als:

$$F^-(R, \varphi) = (R(\varphi) = h \wedge \frac{dR}{d\varphi} < 0)$$

Dabei gibt h einen „mittleren Radius“ an. Ein Übergang von einem Zahn ($R(\varphi) > h$) zu einer Lücke ($R(\varphi) < h$) bezeichnet eine fallende Zahnflanke. In [Abbildung 16](#) sind die Punkte in denen die Prädikate „steigende Flanke“ (F^+) oder „fallende Flanke“ wahr sind für beide Zahnstrukturen gekennzeichnet.

Durch die Reduktion eines Signals allein auf die Information, ob ein charakteristischer Punkt vorliegt oder nicht erhält man die charakteristische Funktion dieses Signals:

Definition 2: Charakteristische Funktion

Sei $p \subseteq S \times X$ eine charakteristische Eigenschaft einer Klasse von Signalen S über X . Die **charakteristische Funktion** $\chi_{s,p}$ eines Signals $s \in S$ bezüglich p ist die Funktion

$$\chi_{s,p}: X \rightarrow \{0, 1\}, x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{g.d.w. } p(s, x) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Die charakteristische Funktion ist also genau dann 1, wenn die charakteristische Eigenschaft des zugrundeliegenden Signals erfüllt ist.

Anmerkung:

- Da wirklich nur charakteristische **Punkte** gekennzeichnet werden sollen wird im folgenden vorausgesetzt, daß die charakteristische Funktion eines Signals nur **isolierte 1-Stellen** aufweist. D. h. für jedes $x \in X$ mit $\chi(x) = 1$ gibt es eine offene Umgebung U_x von x , so daß $\forall y \in U_x \setminus \{x\} : \chi(y) = 0$

Im Beispiel ist die Forderung nach isolierten 1-Stellen durch die Definition des Flanken-Prädikates gewährleistet.

Die surjektive Abbildung des Signals S auf seine charakteristische Funktion ist eine Abstraktion. Für sie wird, abhängig von der gewählten charakteristischen Eigenschaft, ein Abstraktionsoperator festgelegt.

Definition 3: Charakteristische Abstraktion

Sei $p \subseteq S \times X$ eine charakteristische Eigenschaft einer Klasse von Signalen S über X . Die **charakteristische Abstraktion** $\tilde{\chi}_p$ ist das Funktional, daß jedem Signal $s \in S$ seine charakteristische Funktion $\chi_{s,p}$ bezüglich p zuweist.

Mit dem Funktional $\tilde{\chi}_{F-}$ wird also jede Radiusfunktion auf die charakteristische Funktion ihrer fallenden Flanken abgebildet, wie in **Abbildung 17** am korrekten und fehlerhaften Impulsrad exemplarisch durchgeführt worden ist.

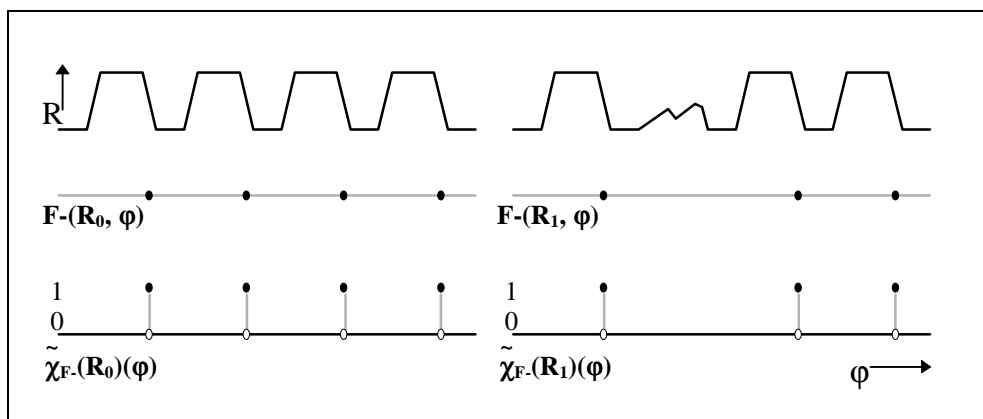


Abbildung 17: Charakteristische Funktion der fallenden Flanken

Häufig sind von einem Signal **nur** die charakteristischen Punkte bekannt. So sind auch bei der vorliegenden Beschreibung der Drehzahlerfassung das Zahnmuster und der Verlauf der Variablenwerte in **Abbildung 11** nur eine grobe Skizzierung.

Die Modellierung der Drehzahlerfassung beruht dabei jedoch allein auf einer Beschreibung charakteristischer Punkte eines Signals. So kann man beispielsweise die Folge der fallenden Flanken eines fehlerfreien Impulsrades mit vier Zähnen als

$$\Phi_- = \{ \dots, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \dots \} = (\tilde{\chi}_{F_-(R_0)})^{-1}(1)$$

darstellen.

6.2 Abstände, Abweichungen und Tendenzen in einer Folge charakteristischer Zeitpunkte

Auch die nun folgende Stufe der Abstraktion sei am Beispiel des Impulsrades motiviert. So geht es darum, fehlerhafte und korrekte Zahnräder anhand ihrer Flankenmuster zu vergleichen. Dabei stellt sich die Frage, ob sich zwei fehlerfreie Zahnräder wesentlich unterscheiden, nur weil sie unter einem anderen Winkel eingebaut sind. Für die Drehzahlerfassung spielt dies keine Rolle, da allein der **Abstand** zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zähnen für die Geschwindigkeitsmessung von Bedeutung ist.

Damit die Differenz zwischen zwei charakteristischen Punkten definiert ist, sei von nun an angenommen, daß die Definitionsmenge X der Signale eine additive Gruppe darstellt, daß also mit x und y auch $(x - y)$ in X liegt.

Formal läßt sich der Abstand zwischen den letzten zwei charakteristischen Zeitpunkten eines Signals durch die folgende Abstandsfunktion definieren:

Definition 4: Abstandsfunktion

Ist $\chi: X \rightarrow \{0, 1\}$

eine charakteristische Funktion gemäß oben genannten Voraussetzungen, so heißt τ_χ die **Abstandsfunktion** dieser charakteristischen Funktion, wenn

$$\tau_\chi: X \rightarrow X$$

$$\tau_\chi(x) = a - b, \text{ mit}$$

$$b < a \leq x \wedge \chi(a) = \chi(b) = 1 \wedge (b < m < a < n < x \Rightarrow \chi(m) = \chi(n) = 0)$$

Anmerkung:

- Hier geht die Forderung aus der Anmerkung zu Definition 2 ein, nach der die 1-Stellen der charakteristischen Funktion isoliert sein müssen. Andernfalls ist b nicht notwendigerweise wohldefiniert.
- Hat eine charakteristische Funktion einen kleinsten charakteristischen Punkt, so kann für Werte, die kleiner sind als die zweite 1-Stelle der charakteristischen Funktion, kein Abstand bestimmt werden, oder man setzt stattdessen ∞ . Dies gilt gleichfalls, wenn die ganze Funktion weniger als zwei charakteristische Punkte aufweist.
- Diese formale Definition der Abstandsfunktion entspricht im wesentlichen der intuitiv verwendeten Funktion *Abstand* aus Kapitel 5.

Die Abbildung der charakteristischen Funktion χ auf die Abstandsfunktion τ_χ kann man auch durch ein Funktional darstellen:

Definition 5: Abstandsfunktional

Das **Abstandsfunktional** τ bilde jede charakteristische Funktion χ , die die Anforderungen aus Definition 4 erfüllt, auf seine Abstandsfunktion τ_χ ab:

$$\begin{aligned}\tau: (X \rightarrow \{0, 1\}) &\rightarrow (X \rightarrow X) \\ \chi &\mapsto \tau(\chi) := \tau_\chi\end{aligned}$$

Anmerkung:

- Obwohl das Abstandsfunktional τ einer Transformation ähnelt, ist es doch i. A. eine echte Abstraktion. Angewandt auf Funktionen mit gleichmäßigem Abstand der charakteristischen Punkte ist es nicht injektiv.

In der Anwendung des Abstandsfunktional τ auf das Beispiel der fehlerhaften Impulsräder ergeben sich aus den charakteristischen Funktionen $\tilde{\chi}_{F-}(R_0)$ und $\tilde{\chi}_{F-}(R_1)$ die in **Abbildung 18** skizzierten Abstandsfunktionen $\tau(\tilde{\chi}_{F-}(R_0))$ und $\tau(\tilde{\chi}_{F-}(R_1))$. Die gestrichelten Linien deuten dabei an, daß sich dieser ermittelte Abstand auf ein Paar charakteristischer Punkte bezieht, die nicht vollständig im abgebildeten Ausschnitt liegen.

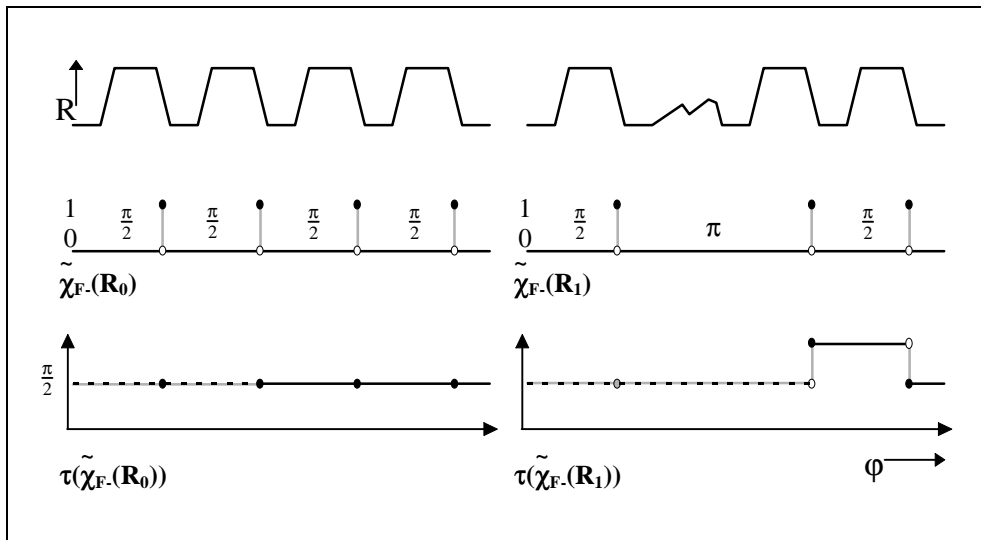


Abbildung 18: Abstand zwischen benachbarten Flanken

Abstandsfunktionen lassen sich vielseitig zur Beschreibung des Verhaltens eines Systems einsetzen, insbesondere, da sie verglichen werden können⁵. So kann durch

$$\tau(\tilde{\chi}_{F-}(R_2)) > \tau(\tilde{\chi}_{F-}(R_0))$$

ausgedrückt werden, daß das Impulsrad 2 (ein Impulsrad mit drei statt vier Zähnen) stets längere Zahnabstände als Impulsrad 0 hat. Dies läßt sich unter Verwendung der Notation aus 3.3 auch schreiben als

$$[\tau(\tilde{\chi}_{F-}(R_2)) - \tau(\tilde{\chi}_{F-}(R_0))] \equiv [+]$$

Man kann auch auszudrücken, daß ein Impulsrad (dessen Zähnezahl N sein sollte) in Wirklichkeit längere Zahnabstände hat als vorgeschrieben:

$$[\tau(\tilde{\chi}_{F-}(R)) - \frac{2\pi}{N}] \equiv [+] \quad \text{oder} \quad [\Delta\tau(\tilde{\chi}_{F-}(R))] \equiv [+]$$

Eine besondere Anwendung beruht darin, die letzten **drei** charakteristischen Punkte eines Signales zu vergleichen, um eine **Tendenz** des Abstandes zu erhalten.

⁵ Im Gegensatz zu Abstandsfunktionen können charakteristische Funktionen nur sehr schlecht untereinander verglichen werden, da nicht immer klar ist, welche charakteristischen Punkte miteinander korrelieren sollen.

So kann man die **Änderung des Abstandes** zwischen charakterischen Punkten sowohl quantitative als auch qualitativ definieren.

Definition 6: Abstandsänderung

Sei $\chi: X \rightarrow \{0, 1\}$

eine charakteristische Funktion, so ist die **Änderung des Abstandes** der charakteristischen Punkte von χ bestimmt durch eine Funktion T_χ für die gilt

$$T_\chi: X \rightarrow X$$

$$T_\chi(x) := (b - a) - (c - b), \text{ mit}$$

$$c < b < a \leq x \wedge \chi(a) = \chi(b) = \chi(c) = 1 \wedge$$

$$(c < \ell < b < m < a < n < x \Rightarrow \chi(\ell) = \chi(m) = \chi(n) = 0)$$

Anmerkung:

- Gibt es einen kleinsten charakteristischen Punkt, so ist die Abstandsänderung bis zur dritten 1-Stelle der charakteristischen Funktion nicht definiert oder man wählt statt dessen 0. Gleiches gilt falls weniger als drei charakteristische Punkte vorhanden sind.

In Anlehnung an den ∂ -Operator der Konfluenz-Theorie (siehe 3.3) wird für die Änderung des Abstandes ein qualitativer **Tendenz-Operator** (der **ϑ -Operator**) eingeführt:

Definition 7: Tendenz

Sei eine charakterische Funktion χ wie in **Definition 6** gegeben, so ist die **Tendenz** ϑ_χ eine Reduktion der Änderung der Ableitung auf das Vorzeichen:

$$\vartheta_\chi(x) := [T_\chi(x)]$$

Das **Tendenzfunktional** ϑ bilde jede charakteristische Funktion χ auf seine Tendenz ϑ_χ ab:

$$\vartheta: (X \rightarrow \{0, 1\}) \rightarrow (X \rightarrow \{[-], 0, [+]\})$$

$$\vartheta(\chi)(x) := [T_\chi(x)]$$

Anmerkung:

- Die in Kapitel 5 anschaulich verwendete *Tendenz*-Funktion entspricht in dieser formaleren Betrachtung einer Tendenz mit anschließender Auswahl (vgl. **Das diese** beiden Forderungen nicht von jeder charakteristische Funktion erfüllt werden zeigt sich an

$$\chi_s: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}, x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{g.d.w. } \exists k \in \mathbb{Z} : x = k^{-1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

dessen 1-Stellen sich nicht gemäß den Voraussetzungen darstellen lassen.

- Definition 9)

Die Tendenz beinhaltet wesentliche Information über die zeitliche Änderung einer charakteristischen Funktion. So besagt beispielsweise

$$\vartheta(\tilde{\chi}_{F.}(R_0)) \equiv 0$$

daß sich der Abstand der Zahnflanken des korrekten Zahnmusters nicht ändert, also alle Zähne den gleichen Abstand haben. Ein Aussage der Form

$$\vartheta(\tilde{\chi}_{F.}(R)) \equiv [+]$$

drückt aus, daß der Abstand der Zähne immer länger wird. Diese Verhaltensweise ist bei einem Zahnrad mit endlicher Zähnezahl unmöglich, denn wenn jeder Zahnabstand länger ist als sein Vorgänger, so wird nach dem letzten Zahn wieder der erste Zahnabstand erreicht, und dieser ist dann mit zwangsläufig kürzer als sein Vorgänger. Abbildung 19 zeigt die Abstandsänderung für ein Impulsrad mit ausgebrochenem Zahn.

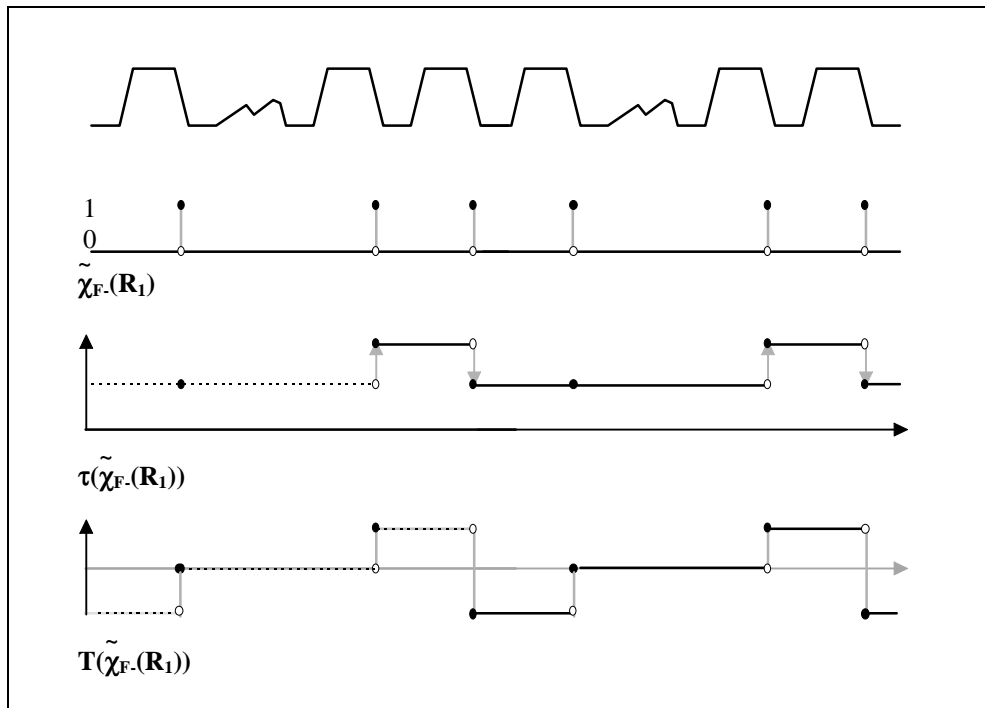


Abbildung 19: Änderung der Abstände benachbarter Flanken

In der Anwendung zur Modellierung der Drehzahlerfassung sind sowohl Abweichungen als auch Tendenzen der Abstände charakteristischer Punkte bedeutungsvolle Größen:

- **Abweichungen der Abstände** charakteristischer Punkte vom „intendierten Abstand“, (z. B. zu lange Abstände zwischen zwei Zahnflanken) bewirken auch Abweichungen des tatsächlichen Verhaltens vom intendierten Verhalten (die zu langen Abstände resultieren etwa in einem „zu kleinen“ Wert der gemessenen Drehzahl). Auf diese Weise lassen sich durch die Propagierung von Abstandsabweichungen von Fehlerursachen auf deren Auswirkungen schließen.
- **Tendenzen** der Folge charakteristischer Punkte lassen sich gut beobachten. Häufig liegt dem Beobachter keine Information darüber vor, welches Verhalten intendiert ist. Ohne dieses Wissen kann auch keine Abweichung vom intendierten Verhalten ermittelt werden. Demgegenüber läßt sich die Tendenz einer Signalfolge leicht aus dem Abstand der letzten Impulse bestimmen. Durch Tendenzen ergeben sich Möglichkeiten zur Fehlerdiskriminierung.

Schließlich wird noch ein Operator vorgestellt, der anschaulich die „Tendenz“ einer **beliebigen Funktion** bestimmt:

Definition 8: Diskreter Differenzoperator

Für eine charakteristische Funktion $\chi: X \rightarrow \{0, 1\}$ ist der diskrete Differenzoperator δ_χ definiert als ein Funktional über Funktionen $f: X \rightarrow Y$ mittels der Beziehung:

$$\delta_\chi(f)(x) := f(a) - f(b)$$

$$\text{mit } b < a \leq x \wedge \chi(a) = \chi(b) = 1 \wedge (b < m < a < n < x \Rightarrow \chi(m) = \chi(n) = 0)$$

Anmerkung:

- Der diskrete Differenzoperator kann als eine Verallgemeinerung des Abstandoperators τ_χ aus **Definition 4** angesehen werden, denn es gilt $\tau_\chi = \delta_\chi(\text{Id}_X)$.
- Diese formale Definition einer diskreten Differenz entspricht dem intuitiven Begriff der *Änderung* wie er in Kapitel 5 verwendet worden ist.

6.3 Auswahl und periodische Folgen

In 6.1 und 6.2 wurden Abstraktionen vorgestellt, mit denen der Informationsgehalt eines Signal reduziert werden kann. Dies geschah mit dem Ziel, nur wirklich notwendige und inhaltsreiche Information zu propagieren. Diese vereinfachten Signale sind jedoch immer noch Funktionen, wenn auch nur noch Treppenfunktionen. Die letzten Schritte der hier vorgestellten Abstraktion zielen nun darauf, eine günstige Repräsentation für diese abstrahierten Funktionen zu entwickeln, die auch eine geeignete Darstellung als Datenstruktur ermöglicht.

In der Anwendung zeigt sich, daß nur eine kleine Anzahl von Punkten im Verlauf eines Signals wirklich relevante Information beinhalten. Bei der Drehzahlerfassung sind dies die Zeitpunkte, zu denen ein neuer Impuls an der Auswerteschaltung vorliegt. Jegliche andere, dazwischenliegende Ereignisse gehen verloren, sind nicht beobachtbar und haben keine Auswirkung auf die Funktion der Drehzahlerfassung. Bei der Modellierung der Drehzahlerfassung wird dies ausgenutzt. Es werden nur die charakteristischen Punkte im Verlauf eines Signals dargestellt, die potentiell einen Impuls erzeugen und demnach zur Gesamtfunktion beitragen.

Formal wird dies durch einen Auswahloperator dargestellt. Er bildet ein Signal auf eine Liste mit Signalwerten an charakteristischen Punkten ab (vgl. **Definition 1**). Dazu müssen zusätzliche Anforderungen an die Eigenschaften der charakteristischen Funktionen gestellt werden:

- Auf die Urbildmenge der charakteristischen Funktion soll eine totale Ordnung ($<$) definiert sein.
- Die Menge der 1-Stellen $\chi^{-1}(1)$ soll sich als Bild einer streng monotonen Funktion

$$z: K \rightarrow X \quad \text{mit} \quad K \subseteq \mathbb{Z}, \quad K \text{ konvex in } \mathbb{Z}$$

darstellen lassen, also entweder $\chi^{-1}(1) = \{\}$ oder

$$\chi^{-1}(1) = \{x_a, \dots, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \dots, x_e\}, \quad \text{mit} \\ a \in \mathbb{N} \cup \{-\infty\}, \quad e \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}, \quad a \leq e$$

Das diese beiden Forderungen nicht von jeder charakteristische Funktion erfüllt werden zeigt sich an

$$\chi_s: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}, \quad x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{g.d.w. } \exists k \in \mathbb{Z} : x = k^{-1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

dessen 1-Stellen sich nicht gemäß den Voraussetzungen darstellen lassen.

Definition 9: Auswahl

Sei $\chi: X \rightarrow \{0, 1\}$ eine charakteristische Funktion mit der geordneten Menge von 1-Stellen $\{x_a, \dots, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \dots, x_e\}$ und $f: X \rightarrow Y$ eine beliebige Funktion über X . Die **Auswahl** von Funktionswerten zu charakteristischen Punkten von χ wird dargestellt durch die Funktion σ_χ , die die Funktion f auf die Sequenz der Funktionswerte der 1-Stellen von χ abbildet:

$$\sigma_\chi(f) = \langle f(x_a), \dots, f(x_{-1}), f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_e) \rangle$$

$\sigma_\chi(f)$ heißt die **Auswahl von f** gemäß χ .

Das **Auswahlfunktional** σ bildet jede charakteristische Funktion χ auf seine Auswahlfunktion σ_χ ab.

Anmerkungen:

- Die Auswahl $\langle f(x_a), \dots, f(x_{-1}), f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_e) \rangle$ von f ist formal eine angeordnete Multimenge. Die Reihenfolge entspricht der Ordnung der 1-Stellen von χ .
- Die „leere“ charakteristische Funktion $\chi \equiv 0$ erzeugt auch für alle Funktionen f eine leere Auswahl $\sigma_\chi(f) = \langle \rangle$.
- Bei der Anwendung einer Auswahl auf eine Tendenz oder Abstandsfunktion geschieht dies häufig mit der selben charakteristischen Funktion.
- Der Begriff der Auswahl faßt die Selektion entscheidender Funktionswerte wesentlich präziser als die intuitive Formulierung des Begriffs *Folge* in Kapitel 5.

Beispiele:

- Ergänzend zu 6.1 erhält man eine zweite Darstellung für die Folge Φ_- fallender Flanken eines Impulsrades (diesmal als Sequenz und nicht als Menge)

$$\Phi_- = \sigma(\tilde{\chi}_{F_-}(R_0))(\text{Id}_{\mathbb{R}})$$

wobei $\text{Id}_{\mathbb{R}}$ die Identität auf \mathbb{R} repräsentiert. (vgl. **Abbildung 16**)

- Die Aussage, daß jeder Zahnabstand im Zahnmuster R_0 dem Sollwert $\frac{2\pi}{N}$ entspricht, ist darstellbar als

$$\sigma_\chi([\tau_\chi - \frac{2\pi}{N}]) \equiv \langle \dots, 0, 0, 0, \dots \rangle$$

$$\text{mit } \chi = \tilde{\chi}_{F_-}(R_0)$$

- Für ein Impulsrad mit korrekterweise vier Zähnen, aus dem ein Zahn ausgebrochen ist, ergibt sich als Aussage über sein Zahnmuster R_1 entsprechend:

$$\sigma_\chi([\tau_\chi - \frac{\pi}{2}]) \equiv \langle \dots, 0, [+], 0, 0, [+], 0, 0, [+], 0, \dots \rangle$$

$$\text{mit } \chi = \tilde{\chi}_{F_-}(R_1)$$

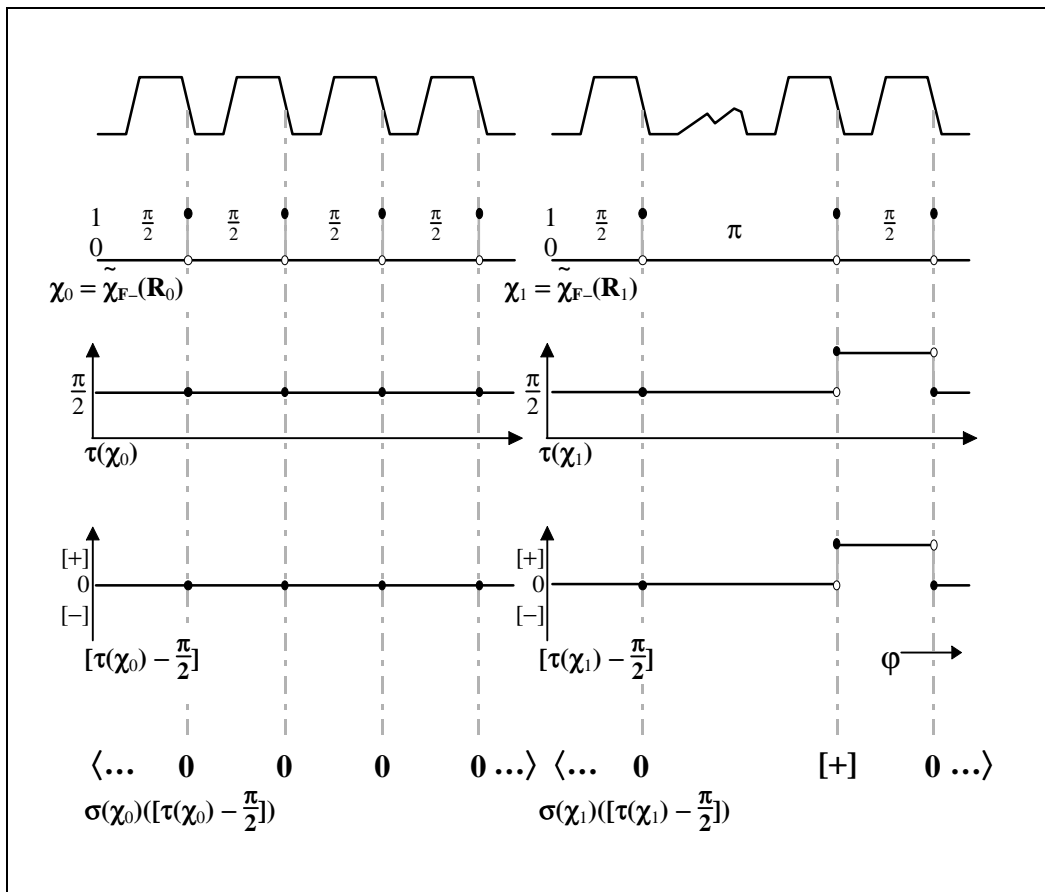


Abbildung 20: Auswahl von Abweichungen der Flankenabstände

Eine letzte Vereinfachung wird erreicht durch eine verkürzte Darstellung wiederkehrender Muster einer unendlichen Folge.

Definition 10: Darstellung für wiederholende Sequenzen

Die sich stets wiederholende, unendliche Sequenz

$$\langle \dots, x_0, x_1, \dots, x_n, x_0, x_1, \dots, x_n, x_0, x_1, \dots, x_n, x_0, x_1, \dots, x_n, \dots \rangle$$

wird auch repräsentiert durch das Tupel (x_0, x_1, \dots, x_n) .

Bemerkungen:

- Die Darstellung aus **Definition 10** ist nicht eindeutig. So stellen $(0, 0, [+])$, $(0, [+], 0)$, $([+], 0, 0)$, $(0, 0, [+], 0, 0, [+])$, $(0, 0, [+], 0, 0, [+], 0, 0, [+])$, ... alle die Sequenz des vier-zähligen Impulsrades mit ausgebrochenem Zahn dar.

- Äquivalenz und Vereinbarkeit (vgl. Kapitel 3.3) wird auch auf Sequenzen qualitativer Werte (und auf deren Darstellung als Tupel) übertragen, z. B.:

$$(0, [+], 0) \equiv (0, 0, [+]) = ([?], 0, [?]) = ([?])$$

- Reelle und qualitative Operatoren (+, −, *, ÷, ⊕, ⊗) werden auch zwischen einem Skalar und einer Sequenz definiert. Das Ergebnis ergibt sich durch distributive Anwendung auf jedes Tupelelement, z. B.:

$$(0, 0, [+]) \oplus [-] = (0 \oplus [-], 0 \oplus [-], [+] \oplus [-]) = ([-], [-], [?])$$

Vergleich mit der Literatur:

Hamscher stellt in [Hamscher 91] eine Repräsentation vor, die auch den temporalen Verlauf von Variablen durch ihre (qualitativen) Werte zu diskreten Zeitpunkten beschreibt. Dabei geht er jedoch von einem globalen **Systemtakt** aus. Im Unterschied dazu erlaubt die in dieser Arbeit vorgestellte Darstellung eine Charakterisierung der **lokal** bedeutenden Zeitpunkte mit **variablem Abstand**. Viele bei Hamscher vorgestellten temporalen Abstraktionsoperatoren lassen sich auch auf diese Darstellung übertragen.

6.4 Formale Darstellung der Modelle der Drehzahlerfassung

Die in Kapitel 5 umgangssprachlich formulierten Modelle sollen nun auch in der erarbeiteten Formalisierung niedergeschrieben werden. Dabei gelten folgende Prädikate als festgelegt:

- $F_+(R, \varphi)$ und $F_-(R, \varphi)$ bzw. $F_+(r, t)$ und $F_-(r, t)$ kennzeichnen die steigenden und fallenden Flanken einer Zahnfolge
- $p_+(\mu, t)$ kennzeichnet die Startpunkte der Intervalle stark steigender Permeabilität in der Permeabilitätsfunktion μ

Damit werden die folgenden charakteristischen Funktionen definiert:

- $\chi := \tilde{\chi}_F(R)$ die charakteristische Funktion der **fallenden Flanken der Zahnstruktur R**,

- $\xi := \tilde{\chi}_{F^+}(r)$ die charakteristische Funktion der **steigenden Flanken der Zahnfolge r**,
- $\eta := \tilde{\chi}_{p^+}(\mu)$ die charakteristische Funktion der **starken Permeabilitätszunahme in μ** und
- ι die charakteristische Funktion der Impulse am Ausgang der Auswerteschaltung.

Mit ihnen erhält man eine formale Beschreibung für Modelle der Komponenten der Drehzahlerfassung:

Für die mechanischen Aspekte des Impulsrades:

$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv 0 \Rightarrow (\sigma_{\chi_r}([\Delta\tau_{\chi_r}]) \equiv \langle \rangle, \sigma_{\chi_r}(\vartheta_{\chi_r}) \equiv \langle \rangle)$	(R1)
$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv [+] \Rightarrow \sigma_{\xi}([\Delta\tau_{\xi}]) = \sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}])^* \oplus [\Delta\omega_{\text{Rad}}]$	(R2)
$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv [+] \Rightarrow \sigma_{\xi}(\vartheta_{\xi}) = -\sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi})^* \oplus \partial\omega_{\text{Rad}}$	(R3)

$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv (0), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv (0)$	(r0)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([+]), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv (0)$	(r1)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([-]), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv (0)$	(r2)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([+], 0, 0), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([+], [-], 0)$	(r3)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([-], [-], 0, 0, 0), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([-], [-], [+], 0, 0)$	(r4)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([-], [-], 0, 0, 0), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([-], [+], [+], 0, 0)$	(r5)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([+], [-], 0, 0), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([+], [-], [+], 0)$	(r6)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv ([-], [+], 0, 0), \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([-], [+], [-], 0)$	(r7)
$\sigma_{\chi}([\Delta\tau_{\chi}]) \equiv \langle \rangle, \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv \langle \rangle$	(r8)

Für die ferromagnetischen Aspekte des Impulsrades:

$$[\Delta\mu_{\text{mat}}] \equiv 0 \Rightarrow \sigma_{\eta}([\Delta\tau_{\eta}]) \equiv \sigma_{\xi}([\Delta\tau_{\xi}]) \quad (\text{Fm1})$$

$$[\Delta\mu_{\text{mat}}] \equiv 0 \Rightarrow \sigma_{\eta}(\vartheta_{\eta}) \equiv \sigma_{\xi}(\vartheta_{\xi}) \quad (\text{Fm2})$$

$$[\mu_{\text{mat}}] \equiv 0 \Rightarrow \sigma_{\eta}([\Delta\tau_{\eta}]) \equiv \sigma_{\eta}(\vartheta_{\eta}) \equiv \langle \rangle \quad (\text{Fm3})$$

Für den integrierten Sensor:

$$[\Delta b] \equiv [\Delta a] \equiv 0 \Rightarrow \sigma_i([\Delta\tau_i]) \equiv \sigma_{\eta}([\Delta\tau_{\eta}]) \quad (\text{IS1})$$

$$[\Delta b] \equiv [\Delta a] \equiv 0 \Rightarrow \sigma_i(\vartheta_i) \equiv \sigma_{\eta}(\vartheta_{\eta}) \quad (\text{IS2})$$

$$[\Delta b] \equiv [+] \Rightarrow \sigma_i([\Delta\tau_i]) \equiv \sigma_i(\vartheta_i) \equiv \langle \rangle \quad (\text{IS3})$$

$$[\Delta a] \equiv [+] \Rightarrow \sigma_i([\Delta\tau_i]) \equiv \sigma_i(\vartheta_i) \equiv \langle \rangle \quad (\text{IS4})$$

Für die Berechnungsroutine:

$$[\omega_m] \equiv [+] \Rightarrow [\Delta N_a] \oplus \sigma_i([\Delta\tau_i]) = -\sigma_i([\Delta\omega_m]) \quad (\text{BR1})$$

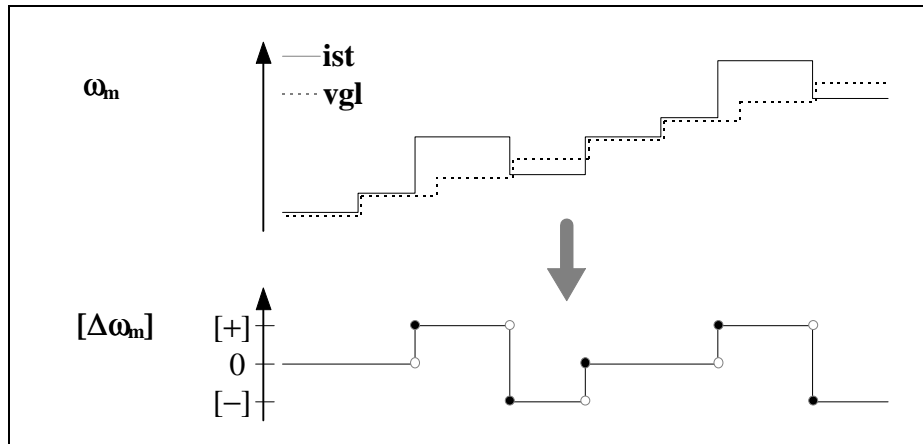
$$\sigma_i(\vartheta_i) \equiv \langle \rangle \Leftrightarrow [\omega_m] \equiv 0 \quad (\text{BR2})$$

$$\sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) \equiv -\sigma_i(\vartheta_i) \quad (\text{BR3})$$

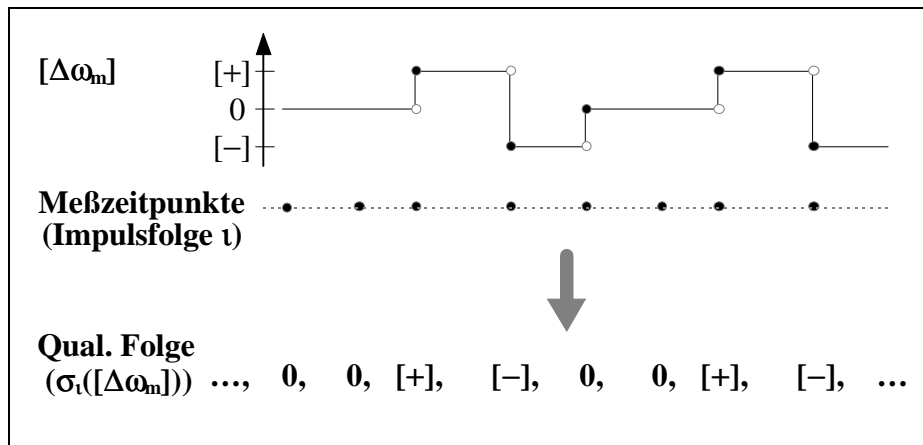
Dabei wurden die Modelle nur soweit angegeben, wie sie von der Beschreibung in Kapitel 5 abweichen.

Die einzelnen Stufen der Abstraktion werden hier noch einmal beispielhaft zur Charakterisierung des Meßwertes angewandt:

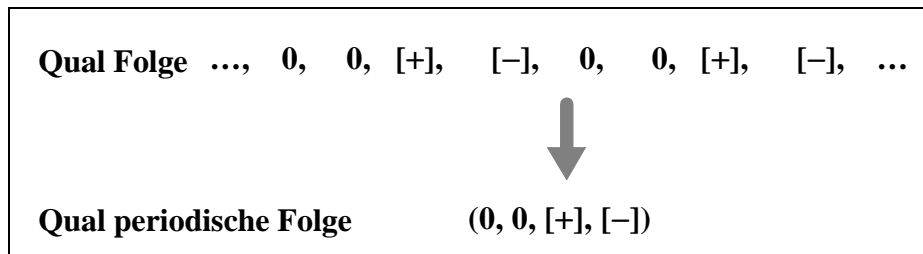
Das Vorzeichen der Differenz zum Vergleichswert bestimmt die qualitative Abweichung:



Projektion auf „interessante Zeitpunkte“:



Elimination von Perioden:



7 Evaluierung der Modellierung der Drehzahlerfassung

In diesem Kapitel wird eine Auswertung der für die Drehzahlerfassung entworfenen Modelle vollzogen. Dabei zeigt sich, daß durch detailreichere temporale Modelle eine bessere Fehlerisolierung möglich ist. Trotzdem können noch nicht alle Fehlerursachen erkannt und voneinander unterscheiden werden.

In Kapitel 5 wurden Modelle entwickelt, die Funktion und Fehlfunktion der Drehzahlerfassung modellbasiert beschreiben. Die verwendete qualitative Notation ist dabei intuitiv und leicht verständlich. Die Modelle sind aber zudem in Kapitel 6 formal fundiert, wodurch eine eindeutige Interpretation der aufgestellten Aussagen erreicht wird. Sie stellen eine zusammenhängende, ungerichtete Propagierungskette von der Achsendrehzahl bis zur gemessenen Drehzahl her, wodurch sowohl von Fehlerursachen auf deren Auswirkungen, als auch umgekehrt, von beobachteten Auswirkungen auf deren Ursachen, geschlossen werden kann. Die verwendete Notation von periodischen Sequenzen gewährleistet dabei eine sparsame, leicht zu propagierende Repräsentation.

7.1 Implementierung

Die beschriebenen Modelle der Drehzahlerfassung wurden, wie die Modelle des Regelkreises, für GDE^+ unter Verwendung der Modellierungssprache COMPO2 implementiert. Anhang x enthält die entsprechenden Listings. Zusätzlich zur bereits beim Regelkreis verwendeten Vorzeichenalgebra wurde eine Algebra auf unendlichen periodischen Sequenzen qualitativer Werte implementiert. Diese umfaßt insbesondere

- Operatoren, mit denen sich ein Skalar und eine Sequenz verknüpfen lassen.
- Einen Vergleichsoperator für unendliche Sequenzen und Sequenzausschnitte.
- Eine Funktion, die unendliche Sequenzen auf ihre kürzeste Periode reduziert.

- Eine Kombination aus Differenz und Auswahloperator, der aus einer beliebigen vorgegebenen Menge von Zahnflanken Φ die Folge der Abweichung $\sigma_x([\Delta\tau_x])$ berechnet.
- Eine Abwandlung des Tendenzoperators, der aus einer vorgegebenen Menge von Zahnflanken Φ die Folge der Tendenzen $\sigma_x(\vartheta_x)$ berechnet.

7.2 Einbettung der Modelle in den Gesamtregelkreis

Die in vorgestellten Modelle der Drehzahlerfassung beschreiben gleichzeitig einen Ausschnitt des Gesamtregelkreises, wie er in Kapitel 3 modelliert wurde. Sie enthalten dabei nicht nur eine wesentlich genauere Aufgliederung in Komponenten als die recht grobe Modellierung der Drehzahlerfassung in 3.7, sondern sie erfassen die Auswirkungen von Fehlern auch auf einer viel feineren zeitlichen Auflösung. Wie kann nun eine Abbildung der Aussagen von einer zeitlichen Granularität in eine andere erfolgen?

Die detaillierteren Modelle der Drehzahlerfassung beschreiben zeitlich dicht aufeinanderfolgende Werte des Meßsignals. Die Änderungen der Winkelgeschwindigkeit der Achse zwischen zwei aufeinanderfolgenden Messungen der Drehzahlerfassung ist dabei sehr klein aufgrund der beschränkten Beschleunigung der Motors (wie bei der Beschreibung des Motors in 2.1.2 gezeigt wurde).

Für die Abweichung der **Winkelgeschwindigkeit** vom Vergleichswert $\Delta\omega_m$ kann deshalb davon ausgegangen werden, daß sie über einen längeren Zeitraum (mindestens für ein paar Impulsradumdrehungen) ihr **Vorzeichen** nicht ändert. Eine Einbettung der Modelle der Drehzahlerfassung in den Gesamtregelkreis ergibt sich dann wie folgt:

- Am **Eingang** der Drehzahlerfassung, beim Übergang zu feinerer zeitlicher Auflösung, wird das gröbere Signal „**aufgespalten**“.

Dies ist bereits in der Modellierung der Drehzahlerfassung enthalten, da hier angenommen wird, daß $[\Delta\omega_m]$ über einen längeren Zeitraum gleich bleibt.

- Am **Ausgang** der Drehzahlerfassung, beim Übergang zu groberer zeitlicher Auflösung, wird das feinere Signal „**gemittelt**“ oder „**kombiniert**“.

Aus mehreren Zeitpunkten für die Abweichung der gemessenen Geschwindigkeit wird also eine Aussage über einen Zeitraum konstruiert. Sagt ein Fehlermodell der Drehzahlerfassung beispielsweise voraus, daß die Folge der Meßwerte am Ausgang mit den Abweichungen $\sigma_t([\Delta\omega_m]) = ([-], 0, 0)$ behaftet sind, so kann man daraus folgern, daß der Meßwert mal korrekt, mal zu klein, im Durchschnitt aber sicherlich **unter** dem Vergleichswert liegt. Im Gegensatz dazu ist für eine Folge $\sigma_t([\Delta\omega_m]) = ([-], [+], 0, 0)$ eine Festlegung des Durchschnitts nicht möglich, da der Meßwert mal zu **klein** und mal zu **groß** ist.

Für Folgen, die auf das Vorzeichen reduziert sind, läßt sich der **Mittelwert** als qualitative **Summe aller Folgewerte** definieren:

$$\text{MW}(\langle x_a, \dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots, x_e \rangle) := x_a \oplus \dots \oplus x_{-1} \oplus x_0 \oplus x_1 \oplus \dots \oplus x_e$$

$$a \in \mathbb{Z} \cup \{-\infty\}, e \in \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$$

Schwieriger gestaltet sich dies jedoch, wenn man auch die **Winkelbeschleunigung** über einen längeren Zeitraum hinweg beschreiben möchte, um aus den Modellen der Drehzahlerfassung auch Aussagen über die Tendenz der Meßwerte abzuleiten.

Im Fehlerfall, beispielsweise bei einem fehlenden Zahn, ist der Meßwert kurzen, aber dafür sehr heftigen **Schwankungen** unterworfen. So wird bei Auftreten des fehlenden Zahnes kurzfristig nur eine halb so große Drehzahl gemessen, wodurch auch der Regler die Stellspannung entsprechend drastisch ändert.

Aufgrund der physikalischen Gegebenheiten erwartet man, daß der Motor träge ist und sich deshalb nicht von so hochfrequenten Schwankungen der Steuerspannung beeindrucken läßt. Für die **Winkelgeschwindigkeit** des Motors trifft dies auch zu, sie ändert sich vergleichsweise sehr langsam. Nun betrachte man die Motorgleichung (3).

$$T * \frac{d\omega}{dt} = k_M * v - \omega$$

Da die Winkelgeschwindigkeit träge ist, müssen sich die Ausschläge der Spannung voll in eine Änderung der **Winkelbeschleunigung** umsetzen. Von einer „gleichmäßigen Beschleunigung“ kann hier also nicht gesprochen werden. Physikalisch gesehen sind solche Sprünge der Beschleunigung nicht möglich. Selbst ein instanter Spannungsanstieg ist nicht vorstellbar. Die verwendeten numerischen Gleichungen sind jedoch nur Näherungen und an dieser Stelle ungenau.

Eine volle Einbettung der Modelle der Drehzahlerfassung ist also nur dann möglich, wenn man von einer stetigen, **ableitungsbeschränkten** Winkelbeschleunigung ausgehen kann. Dies wird insbesondere dann gewährleistet, wenn man statt des im Beispiel verwendeten P-Reglers einen **PI-Regler** einsetzt, der aufgrund seiner integrierenden Eigenschaft auf natürliche Weise „Spitzen“ aus dem Meßsignal glättet und eine gleichmäßige Winkelbeschleunigung gewährleistet.

7.3 Einsatz der Modelle für On-Board-Diagnose

Bei der On-Board-Diagnose (selbständige Diagnose eines Bauteils) sind zum Teil verschärfte Bedingungen gegenüber der Werkstattdiagnose gegeben. So können nur ganz bestimmte, meßbare Größen für die Diagnose herangezogen werden. Für diese muß eine klare Interpretation gewährleistet sein (nicht etwa „große Schwankungen der Drehzahl“ wenn diese nicht eindeutig gegenüber „normale Schwankungen“ abgegrenzt werden können). Eine Anwendbarkeit sollte möglichst in allen Situationen gewährleistet sein (nicht nur zu „Werkstattbedingungen“). Zudem darf bei der Diagnose keine Beeinflussung der Funktion des Kontextes stattfinden.

Die erstellten Modelle erfüllen diese Bedingungen, indem sie Beobachtungen zulassen, die sich leicht aus bereits zur Verfügung stehenden Daten ermitteln lassen. Eine On-Board-Diagnose-Einheit ist sinnvoll am Ausgang der Berechnungsroutine, im Gesamtkontext des Regelkreises also zwischen Drehzahlerfassung und Regler, plaziert. Wird durch die Berechnungsroutine mit jedem Impuls ein neuer Meßwert ω_m geliefert, so errechnet sich aus diesen Werten leicht die Sequenz $\sigma_1(\omega_m)$.⁶ Damit lassen sich bereits gute Diagnoseergebnisse erzielen, wenn zumindest einschränkende Annahmen über die zu messenden Rotation ω der Achse gemacht werden können.⁷

Wie bereits in 7.1 erwähnt, sind die Modelle der Drehzahlerfassung **nur dann voll anwendbar, wenn das Vorzeichen der Winkelbeschleunigung** $\partial\omega$ über einen längeren Zeitraum hinweg (mehrere Umdrehungen der Achse) **gleich bleibt**. In-

⁶ Nullen (0) in der Folge der Meßwerte überspringt man, da diese nicht auf einen Impuls beruhen. Erhält man jedoch nur Nullen, so bedeutet dies als Beobachtung eine leere Sequenz $\sigma_1(\omega_m) = \langle \rangle$.

⁷ Ohne Information über die Rotation der Achse kann auch eine sehr „wilde“ Meßsequenz durch eine entsprechend exotische Änderung der Winkelgeschwindigkeit der Achse begründet werden.

formation über die Winkelbeschleunigung kann z. B. aus folgenden Quellen bezogen werden:

- **Beobachtbare Auswirkungen** auf den Kontext. Da die Motorachse auch zur Steuerung einer Größe außerhalb des Regelkreises dient, kann aus deren Änderung (wenn bekannt) auf Änderungen der Rotationsgeschwindigkeit geschlossen werden.
- **Alternative Messung.** Etwa durch eine zweite, redundante Drehzahlerfassung.
- **Trägheitsannahmen.** Da der Motor aufgrund seiner Trägheit langsam reagiert kann als Annahme formuliert werden, daß er sich längere Zeit in einem der Zustände „gleichbleibende Geschwindigkeit“, „beschleunigend“ oder „abbremmend“ befindet. Der Verlauf der „mittleren gemessenen Geschwindigkeit“ $\bar{\omega}$ kann hierfür ein Maß sein.

Ein Fehler kann nur dann erkannt werden, wenn die Achse sich dreht (keiner der aufgeführten Fehlerursachen äußert sich bei Stillstand der Achse). So wird angenommen, es sei bekannt, daß die Achse mit positiver Geschwindigkeit rotiert ($[\omega] = [+]$) und daß sie beschleunigt ($\partial\omega = [+]$), gleich schnell bleibt ($\partial\omega = 0$) oder abbremst ($[\omega] = [-]$).

7.4 Beispiel einer Vorhersage

Exemplarisch am Fehlerfall des ausgebrochenen Zahnes wird gezeigt, wie aus Fehlerursachen ihre Fehlerauswirkungen abgeleitet werden können. Anhand eines Vergleichs der ermittelten Fehlerauswirkungen **aller** Fehlerursachen wird dann analysiert, wie aussagekräftig diese Vorhersage ist. Zuerst wird dabei angenommen die Achse sei unbeschleunigt. Später werden dann auch Beschleunigung und Abbremsen behandelt. Bei der Darstellung der automatisch erzeugten Vorhersagen werden die Abkürzungen verwendet, die sie bereits bei der Modelldefinition aufgeführt wurden.

Der Vorhersagealgorithmus bevorzugt Einfachfehler, d. h. Mehrfachfehler werden in der Regel erst dann berücksichtigt, wenn alle Einfachfehler bei der Diagnose als Fehlerursache ausgeschlossen wurden. Nimmt man an, das Impulsrad hätte einen ausgebrochenen Zahn, so bedeutet dieses, unter Einfachfehlerannahme, daß alle übrigen Komponenten fehlerfrei sind.

Eine fehlerfreie Befestigung bewirkt, daß mit der Rotation ω der Achse auch die Rotation des Impulsrades positiv und unbeschleunigt ist:

Beziehung	Antezedenten	Konsequenz
(bf0)		$[M] \equiv [+], \partial M \equiv 0$
(Bf1)	$[M] \equiv [+], [\omega_{\text{Achse}}] \equiv [+]$	$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv [+]$
(Bf3)	$\partial M \equiv 0, \partial \omega_{\text{Achse}} \equiv 0$	$\partial \omega_{\text{Rad}} = 0$

Beim Impulsrad macht sich nun der angenommene Fehler erstmals bemerkbar. Die Tendenz der Zahnflanken im Zahnmuster ist nicht, wie vorgesehen, gleichbleibend. Der fehlende Zahn bewirkt einen Abstand, der **länger** ist als der davorliegende, korrekte. Der auf den fehlerhaften Abstand folgende (wieder korrekte) Abstand ist **kürzer** als sein Vorgänger. Erst der dritte, ebenfalls korrekte Abstand folgt auf einen Abstand gleicher Länge und hat deshalb die Tendenz **gleichbleibend**.

(r3)		$\sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([+], [-], 0)$
------	--	--

Ohne Beschleunigung des Rades ist die Sequenz der Tendenz der zeitlichen Folge von Zahnflanken im Meßbereich hat, gleich dieser Sequenz des Zahnusters, nur rückwärts gelesen und negiert (wodurch sich eine äquivalente Sequenz ergibt):

(R3)	$[\omega_{\text{Rad}}] \equiv [+], \sigma_{\chi}(\vartheta_{\chi}) \equiv ([+], [-], 0), \partial \omega_{\text{Rad}} = 0$	$\sigma_{\xi}(\vartheta_{\xi}) = (0, [+], [-])$
------	--	---

Da das Material keine weiteren Fehler aufweist ist es ferromagnetisch, und die Tendenz der Permeabilitätsänderungen ist bestimmbar:

(fm0)		$[\Delta \mu_{\text{mat}}] \equiv 0, [\mu_{\text{mat}}] \equiv [+]$
(Fm2)	$[\Delta \mu_{\text{mat}}] \equiv 0, \sigma_{\xi}(\vartheta_{\xi}) = (0, [+], [-])$	$\sigma_{\eta}(\vartheta_{\eta}) = (0, [+], [-])$

Sensor und Auswerteschaltung haben gemäß Voraussetzung eine korrekte Spaltbreite und Triggerschwelle, entspricht die Impulsfolge der Permeabilitätsänderung:

(isb0)		$[\Delta b] \equiv 0$
(isa0)		$[\Delta a] \equiv 0$
(IS2)	$[\Delta b] \equiv 0, [\Delta a] \equiv 0, \sigma_{\eta}(\vartheta_{\eta}) = (0, [+], [-])$	$\sigma_i(\vartheta_i) = (0, [+], [-])$

Das Modell der Berechnungsroutine besagt, daß diese Sequenz von Tendenzen der Impulse gegenläufig zur Sequenz der Differenzen der gemessenen Drehzahlwerte ist:

(BR3)	$\sigma_i(\vartheta_i) = (0, [+], [-])$	$\sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = (0, [-], [+])$
-------	---	--

Das Ergebnis der letzten Aussage läßt sich nun leicht anhand der tatsächlich gemessenen Werte überprüfen. Mit einer beschränkten Anzahl an Meßwerten kann natürlich nur ein Ausschnitt der Meßsequenz mit der Vorhersage verglichen werden. Man wird also die Vorhersage nie in voller Länge bestätigen können, wohl kann man sie jedoch widerlegen. Hier seien drei Beispiele einer Meßreihe vorgegeben:

1. $\sigma_i(\omega_m) = \langle \dots, 4, 8, 8, 4, 8, 8, 4, \dots \rangle$
 $\Rightarrow \sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = \langle \dots, [8 - 4], [8 - 8], [4 - 8], [8 - 4], [8 - 8], [4 - 8], \dots \rangle$
 $\Rightarrow \sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = \langle \dots, [+], 0, [-], [+], 0, [-], \dots \rangle$

Ein Mustervergleich mit $(0, [-], [+])$ ergibt, daß dieser Ausschnitt qualitativ mit der Vorhersage übereinstimmen kann.

2. $\sigma_i(\omega_m) = \langle \dots, 10, 8, 8, 6, 10, 8, 8, \dots \rangle$
 $\Rightarrow \sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = \langle \dots, [8 - 10], [8 - 8], [6 - 8], [10 - 6], [8 - 10], [8 - 8], \dots \rangle$
 $\Rightarrow \sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = \langle \dots, [-], 0, [-], [+], [-], 0, \dots \rangle$

Diese Sequenz läßt sich nicht mit dem vorhergesagten Muster vereinbaren. Die Möglichkeit eines fehlenden Zahns als Einfachfehler ist in diesem Fall widerlegt.

3. $\sigma_i(\omega_m) = \langle \dots, 4, 8, 8, ?, 4, 8, 8, \dots \rangle$
 $\Rightarrow \sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = \langle \dots, [8 - 4], [8 - 8], [? - 8], [4 - ?], [8 - 4], [8 - 8], \dots \rangle$
 $\Rightarrow \sigma_i([\delta_i(\omega_m)]) = \langle \dots, [+], 0, [?], [?], [+], 0, \dots \rangle$

An der mit Fragezeichen (?) gekennzeichneten Stelle ist ein Meßwert verlorengegangen, und so hat die Sequenz der Abstände zwei Lücken. Beim Vergleich mit der Vorhersage dürfen für die unvorhergesagten Abstände [?], beliebige Vorzeichen ([-], 0 oder [+]) eingesetzt werden. Trotzdem, und obwohl diese Meßfolge ähnlich der aus des ersten Beispiels ist, können die Abstände nicht mit dem Muster zur Deckung gebracht werden. Der Fehler ist damit widerlegt.

Anhand der Beispiele wird deutlich, wie mit den Differenzen der Werte der Meßfolge leicht aufgrund von Fehlermodellen erzeugte Prophezeiungen widerlegen lassen und so schrittweise die Fehlerursache eingegrenzt werden kann. Es stellt sich die Frage, ob allein anhand der Tendenz der Meßwertfolge alle Fehler unterscheidbar sind.

7.5 Systematische Auswertung der Modelle der Drehzahlerfassung

Eine systematische Auswertung der Modelle erfolgte, wie bereits für den Regelkreis in Kapitel 4 durch die Propagierung von Fehlerauswirkungen anhand der Fehlerursachen. Betrachtet wurden dabei die drei Fälle „Achse unbeschleunigt“ ($\partial\omega = 0$), „Achse beschleunigt“ ($\partial\omega = [+]$) und „Achse abgebremst“ ($\partial\omega = [-]$). Die Vorhersagen wurden automatisch für alle modellierten Einfachfehler der Drehzahlerfassung erzeugt. Die Ergebnisse sind in **Tabelle 7** aufbereitet.

Fehlerursache	unbeschleunigt ($\partial\omega = 0$)	beschleunigt ($\partial\omega = [+]$)	abgebremst ($\partial\omega = [-]$)
konstanter Schlupf	(0)	([+])	([-])
unregelmäßiger Schlupf	([?])	([?])	([?])
zu wenig Zähne	(0)	([+])	([-])
zu viele Zähne	(0)	([+])	([-])
Zahn ausgebrochen	(0, [-], [+])	([+], [?], [+])	([-], [-], [?])
Nut	(0, 0, [+], [-], [-])	([+], [+], [+], [?], [?])	([-], [-], [?], [-], [-])
Grat	(0, 0, [+], [+], [-])	([+],[+], [+], [+], [?])	([-], [-], [?], [?], [-])

Fehlerursache	unbeschleunigt ($\partial\omega = 0$)	beschleunigt ($\partial\omega = [+]$)	abgebremst ($\partial\omega = [-]$)
Flanke verspätet	(0, [+], [-], [+])	([+], [+], [?], [+])	([-], [?], [-], [?])
Flanke verfrüht	(0, [-], [+], [-])	([+], [?], [+], [?])	([-], [-], [?], [-])
Konstante zu hoch	(0)	([+])	([-])
Konstante zu niedrig	(0)	([+])	([-])

Tabelle 7: Tendenz der Meßwerte $\sigma_i([\delta_i(\omega_m)])$

Nicht aufgeführt sind die Fehlerursachen „totaler Schlupf“, „keine Zähne (Impulsrad zu klein)“, „Impulsrad nicht ferromagnetisch“, „Spalt zu groß“ und „Triggerschwelle zu hoch“, da diese alle **keine Impulsfolge** und damit konstant den Meßwert $\omega_m = 0$ liefern (auch die Tendenz ist damit (0)).

Die Auswertung der Tabelle ergibt

- Die Fehlerursachen „konstanter Schlupf“, „zu wenig Zähne“ und „Konstante zu hoch“, „zu viele Zähne“ und „Konstante zu niedrig“ lassen sich aufgrund der Tendenz **nie** unterscheiden. Eine weitere Unterscheidung wird hier erst durch die **Abweichung** der Meßwerte erreicht.
- Der „unregelmäßige Schlupf“ kann **nie ausgeschlossen werden**, da sein Modell alle Tendenzen der Meßwerte erklärt.
- Die übrigen fünf Fehlerursachen lassen sich im unbeschleunigten Fall **immer** unterscheiden.

Bei Beschleunigung der Achse sieht es so aus, als ob die Fehlerursachen gar nicht unterscheidbar wären (es sind nur [+]) und damit vereinbare [?] in der Tendenz), dies ist allerdings in der Praxis nicht der Falle. Die „Fragezeichen“ entstehen dadurch, daß ein fälschlicherweise **kleiner** werdender Meßwert durch eine **Beschleunigung** der Achse kompensiert werden kann. Dies tritt sicherlich nur bei **sehr starken Beschleunigungen** oder **sehr kleinen Fehlern** (etwa einem minimal verschobenen Zahn) auf. Solange die Beschleunigung nicht kompensierend wirkt, werden die gleichen fünf Fehlerursachen eindeutig erkannt wie ohne Beschleunigung. Analoges gilt für den abgebremsten Fall.

Mehr noch, eine Fehlerursache wird für die fünf erkennbaren Fehler auch dann eindeutig identifiziert, wenn **nicht** bekannt ist, ob die zu messende Drehzahl gerade beschleunigt oder abbremst. Ausnahme: eine verfrühte und eine verspätete Flanke lassen sich nicht immer voneinander unterscheiden.

Am Beispiel sei dies illustriert:

Aus der Meßfolge $\sigma_t(\omega_m) = \langle \dots, 5, 6, 6, 9, 8, 10, 10, 12 \dots \rangle$ wird die Tendenz der Meßfolge über die diskrete Differenz $\sigma_t([\delta_t(\omega_m)])$ ermittelt

$$\begin{aligned} \sigma_t([\delta_t(\omega_m)]) &= \\ \langle \dots, [6 - 5], [6 - 6], [9 - 6], [8 - 9], [10 - 8], [10 - 10], [12 - 10], \dots \rangle \\ &= \langle \dots, [+], 0, [+], [-], [+], 0, [+], \dots \rangle \end{aligned}$$

Zieht man **alle** Muster der Fehlerauswirkungen zum Vergleich heran, so ist diese Tendenz der Meßfolge nur konsistent mit dem unregelmäßigen Schlupf und mit „verfrühte Flanke“ bei Beschleunigung.

Die Propagierung von Tendenzen leistet einen entscheidenden Beitrag zur Identifikation der Fehlerursache bei Fehlern der Drehzahlerfassung.

7.6 Geht es noch besser?

Nur fünf von elf Fehlerursachen unterscheiden zu können ist nicht unbedingt zufriedenstellend. Inwieweit ist also zumindest theoretisch eine bessere Identifikation der Fehlerursache möglich?

Bei der Modellierung des Regelkreises hat sich bereits gezeigt, daß bei den verbleibenden sechs Fehlerfällen durch Propagierung von Abweichungen zwei Klassen unterschieden werden können:

- Fehler der Drehzahlerfassung, bei denen die gemessene Drehzahl **größer** ist als die Achsendrehzahl (einem positiven Meßfaktor c in Gleichung (25) entsprechend). Hierunter fallen die Fehlerursachen „Impulsrad mit zu vielen Zähnen“ und „Auswertekonstante zu niedrig“.
- Fehler der Drehzahlerfassung, die denen die gemessene Drehzahl **kleiner** ist als die Achsendrehzahl (einem negativen Meßfaktor c entsprechend). Hierunter

ter fallen „unregelmäßiger Schlupf“, „konstanter Schlupf“, „Impulsrad mit zu wenig Zähnen“ und „Auswertekonstante zu niedrig“.

„Unregelmäßiger Schlupf“ wird bereits erkannt, wenn die daraus resultierenden Tendenzen so uneinheitlich sind, daß **alle anderen Fehler ausgeschlossen** wurden.

Die übrigen Fehlerursachen sind bereits **aufgrund der Beobachtungen nicht unterscheidbar**, da die genannten Fehlerfälle zu den **selben Auswirkungen** führen können. Auch durch detailreichere Modellierung lassen sich also nicht mehr Fehler unterscheiden.⁸

⁸ Durch genaue Bestimmung des Faktors, um den der Meßwert von der tatsächlichen Drehzahl abweicht, läßt sich eventuell zur Argumentierung verwenden, daß auch ein defektes Impulsrad immer eine ganzzahlige Zähnezahl haben muß. Errechnet man also, daß als Fehlerursache das Impulsrad 3,75 Zähne haben müßte um eine Beobachtung zu erklären, so kann man diese Fehlerursache ausschließen.

8 Zusammenfassung und Diskussion

Die Forschung für diese Arbeit hat eine Reihe bestehender Fragen gelöst, neue Erkenntnisse erbracht, aber auch weiterreichende Probleme aufgeworfen.

8.1 Erzielte Ergebnisse

Die automatisch erzeugten Ergebnisse der Propagierungs belegen, daß mit modellbasierter Vorhersage ein wesentlicher Beitrag zur Unterstützung von **Fehler-Analyse und Diagnose dynamischer Kfz-Systeme** geleistet werden kann. Es bestätigt sich die Vermutung, daß, mit geeigneten qualitativen Methoden, geregelte Systeme auch statisch beschrieben werden können. Damit ist gezeigt, daß erfolgreiche Vorhersage und Diagnose von Dynamik auch **ohne Simulation** durchführbar ist.

Als Beispiel wurde ein Regelkreis analysiert, der die Geschwindigkeit eines Elektromotor steuert. Die Ansprüche an Fehlererkennung und Fehleridentifikation entsprachen dabei **reellen Anforderungen** der Kfz-Industrie. Von 26 behandelten Fehlerursachen im Regelkreis konnten 24 durch die erstellten qualitativen Modelle entdeckt werden. Obwohl nur wenige Variablen des Regelkreises als beobachtbar galten wurden viele Fehlerursachen identifiziert.

8.2 Die nächsten Schritte

Die eingeführten Methoden zur qualitativen und temporalen Abstraktion haben sich für die Modellierung des Regelkreises als erfolgreich erwiesen. Eine noch ausstehende Anwendung auf „echte“ Daten muß die Eignung der Modelle in der Praxis bestätigen.

Denkbar sind weitere Arbeiten, die sich gezielt mit den zwei nicht erkannten Fehlerursachen befassen. Diese beiden Fehler mit abweichender Trägheit äußern sich allein dadurch, daß die Einregelung der Motorgeschwindigkeit **langsamer** oder **schneller** stattfindet. Ansätze, auch für diese Ursachen Fehlerauswirkungen zu propagieren, bestehen darin, die **Stärke der Reaktion** auf eine bestehende Abweichung zu charakterisieren.

Es wäre auch lohnend, die Resultate der Arbeit weiter zu verallgemeinern, um auch andere Stellsignalverläufe und anderen Reglertypen behandeln zu können. Die Zielvorstellung ist eine **Modellbibliothek** mit qualitativen, temporalen Modellen für diverse Regler-, Sensor- und Aktuatortypen. Aus dieser Bibliothek könnte dann auf einfache Weise für jeden beliebigen Regelkreis ein Modell für Diagnose oder FMEA erstellt werden.

Die Anwendung muß sich aber nicht allein auf die Kfz-Domäne beschränken. So kann man sich durchaus vorstellen, **ökologische Systeme** durch ihre Abweichungen gegenüber dem ökologischen Gleichgewicht oder durch die Abweichungen gegenüber dem Vorjahr zu beschreiben. Anwendungen könnten darin bestehen, Vorhersagen für die **Auswirkungen** einer Veränderung zu **propagieren** oder beobachtete **Veränderungen** zu **erklären**.

9 Literatur

- [Allen 83] James Allen: *Maintaining Knowledge About Temporal Intervals*. Communications of the ACM, Vol. 26, No. 11, 1983, S. 832–843
- [Bos 95] André Bos: *Abstraction of Continuous Dynamic Behavior*, Working Papers of the 6th International Workshop on Principles of Diagnosis (DX-95), Goslar, 1995, S. 14–21
- [de Kleer – Brown 84] Johan de Kleer, John Brown: *A Qualitative Physics Based on Confluences*, Artificial Intelligence, Vol. 24, 1984, S. 7–83
- [de Kleer – Williams 87] Johan de Kleer, Brian C. Williams: *Diagnosing Multiple Faults*, Artificial Intelligence, Vol. 32, No. 1, 1987, S. 97–130
- [Dressler – Farquhar 90] Oskar Dressler, Adam Farquhar: *Putting the Problem Solver Back in the Driver's Seat: Contextual Control of the ATMS*, in: Martins (Hg.): *Proceedings of the European Conference on Artificial Intelligence (ECAI-90), Truth Maintenance Workshop*, Springer Verlag (LNAI 515), 1990
- [Falkenhainer – Forbus 92] Brian Falkenhainer, Ken Forbus: *Compositional Modeling of Physical Systems*, in: Faltings, Struss (Hgr.): *Recent Advances in Qualitative Physics*, 1992
- [Hamscher 91] Walter Hamscher: *Modeling Digital Circuits for Troubleshooting*, Artificial Intelligence, Vol. 51, No. 1–3, 1991, S. 223–271
- [Heller 95] Ulrich Heller: *Temporale Verhaltensabstraktion am Beispiel von Regelkreisen und hydro-ökologischen Systemen*, Diplomarbeit, Forschungs- und Lehrinheit Informatik IX, Technische Universität München, 1995
- [Kuipers 94] Benjamin Kuipers: *Qualitative Reasoning: Modeling and Simulation with Incomplete Knowledge*, MIT Press, Cambridge, MA, 1994
- [Lee – Ormsby 92] Mark Lee, Andrew Ormsby: *Qualitative Modelling of Electrical Circuits*, Proceedings of the 6th International Workshop on Qualitative Reasoning (QR-92), Heriot-Watt University, Edinburgh, 1992, S. 155–169
- [Linde 94] Mathias Linde: *Integration von Diagnosesystemen in der Elektromotorenprüfung*, Unterlagen zur QualiPro '94, 1994

- [Sachenbacher 95] Martin Sachenbacher: *Modellbasierte Diagnose am Beispiel von Anti-blockiersystemen (ABS)*, Diplomarbeit, Forschungs- und Lehrereinheit Informatik IX, Technische Universität München, 1995
- [Struss – Dressler 89] Peter Struss, Oskar Dressler: „*Physical Negation*“ – *Integrating Fault Models into the General Diagnostic Engine*, Proceedings of the 11th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-89), Detroit, 1989, S. 1318–1323
- [Struss 92] Peter Struss: *What’s in SD? Towards a Theory of Modeling for Diagnosis*, in: Hamscher, Console, de Kleer (Hgr.): *Readings in Model-based Diagnosis*, Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, 1992, S. 224–233
- [Struss – Malik – Sachenbacher 95] Peter Struss, Andreas Malik, Martin Sachenbacher: *Qualitative Modeling is the Key*, Proceedings of the 6th International Workshop on Principles of Diagnosis (DX-95), Goslar, 1995, S. 99–106
- [Kersten 90] Günter Kersten: *FMEA – eine wirksame Methode zur präventiven Qualitätssicherung*, VDI-Zeitung 132, Nr. 10, Oktober, 1990, S. 201–207

A Appendix: Modelle

COMPO2, Namensgebung, Vereinfachungen, Lauffähigkeit