

Übungen zur Vorlesung Grundlagen der künstlichen Intelligenz

Aussagenlogik

1) Logikrätsel

(a) Politiker

Über eine Menge von 100 Politikern, die jeweils entweder ehrlich oder korrupt ist, sind folgende Aussagen als wahr bekannt:

- Mindestens einer der Politiker ist ehrlich.
- Für je zwei Politiker gilt, dass mindestens einer von ihnen korrupt ist.

Kann man daraus bestimmen, wie viele ehrliche Politiker es gibt? Wenn ja, wie viele gibt es?

(b) Die Insel der Fragenden

Auf einer Insel gibt es ausschließlich Menschen, die stets nur Fragen stellen. Jeder Mensch kann einem von zwei Typen zugeordnet werden:

- Typ A: Die korrekte Antwort auf jede gestellte Frage ist ja.
- Typ B: Die korrekte Antwort auf jede gestellte Frage ist nein.

Bob und Alice sind zwei Bewohner dieser Insel.

Bob stellte folgende Frage: "Sind Alice und ich beide vom Typ B?"

Welchen Typ hat Alice?

(c) Auto oder Niete?

Ein Mann steht vor zwei Toren. Hinter einem verbirgt sich der Hauptgewinn, ein Auto, hinter dem anderen eine Niete. Die Tore sind mit folgenden Schildern versehen:

- Hinter diesem Tor befindet sich das Auto, hinter dem anderen die Niete.
- Es gibt ein Tor, hinter dem sich der Hauptgewinn befindet, und es gibt ein Tor, hinter dem sich die Niete befindet.

Es sei bekannt, dass genau eines der Schilder mit einer wahren Aussage beschriftet ist.

Hinter welchem Tor ist der Hauptgewinn?

2) Betrachten Sie ein Vokabular mit den vier Aussagensymbolen A, B, C, D . Wie viele Modelle besitzen die folgenden Sätze?

(a) $(A \wedge B) \vee (B \wedge C)$

(b) $A \vee B$

(c) $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow D$

3) Entscheiden Sie, ob die folgenden Sätze gültig, unerfüllbar oder keines von beiden sind.

(a) $Smoke \rightarrow Smoke$

(b) $(Smoke \rightarrow Fire) \rightarrow (\neg Smoke \rightarrow \neg Fire)$

(c) $Smoke \vee Fire \vee \neg Fire$

(d) $((Smoke \wedge Heat) \rightarrow Fire) \leftrightarrow ((Smoke \rightarrow Fire) \vee (Heat \rightarrow Fire))$

(e) $(Smoke \rightarrow Fire) \rightarrow ((Smoke \wedge Heat) \rightarrow Fire)$

(f) $(Fire \rightarrow Smoke) \wedge Fire \wedge \neg Smoke$

4) *Normalformen*

(a) Wandeln Sie folgende Ausdrücke in konjunktive Normalform um:

i. $\neg(s \rightarrow \neg p) \wedge (p \rightarrow \neg r)$

ii. $p \leftrightarrow (\neg q \vee (q \rightarrow \neg p))$

iii. $\neg(p \rightarrow (\neg q \vee (r \leftrightarrow \neg p)))$

(b) Wandeln Sie folgenden Ausdruck in disjunktive Normalform um:

$(s \rightarrow \neg(\neg r \rightarrow q)) \rightarrow p$

5) *Mythische, magische Einhörner*

Wir haben es mit einem Einhorn zu tun. Wir wissen folgendes:

- Wenn das Einhorn mythisch ist, ist es unsterblich, aber wenn es nicht mythisch ist, ist es ein sterbliches Säugetier.
- Wenn das Einhorn unsterblich oder ein Säugetier ist, ist es gehört.
- Das Einhorn ist magisch, wenn es gehört ist.

Können Sie unter diesen Voraussetzungen zeigen

(a) dass das Einhorn magisch ist?

(b) dass es mythisch ist?

6) *Resolution*

(a) Gegeben sei folgende Wissensbasis:

- $(P \vee G) \rightarrow R$
- $(Q \rightarrow R) \vee \neg S$
- $S \vee G$

Zeigen Sie durch Resolution, dass $(P \vee Q) \rightarrow R$ eine logische Konsequenz der Wissensbasis ist. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- i. Wandeln Sie das Problem in eine für Resolution geeignete Form um.
- ii. Führen Sie den Resolutionsbeweis und listen Sie dabei jeden Einzelschritt auf.

(b) Zeigen Sie durch Resolution, dass R aus der untenstehenden Wissensbasis folgt.

- | | | |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|
| • $(P \wedge Q) \rightarrow R$ | • $T \rightarrow P$ | • $W \rightarrow Q$ |
| • $S \rightarrow T$ | • $S \rightarrow W$ | • S |

7) *Aussagenlogik in der Wumpus-Welt*

Die Wirkung der Aktion GOFORWARD aus der Wumpus-Welt soll in Aussagenlogik modelliert werden, d.h. es sollen Sachverhalte beschrieben werden wie „Wenn der Agent auf einem bestimmten Feld steht, nach Osten schaut und in Richtung Osten kein Hindernis ist, dann steht er nach der GOFORWARD-Aktion ein Feld weiter in Richtung Osten.“ (Es soll nur die Fortbewegung des Agenten modelliert werden.)

Überlegen Sie sich zunächst, welche Atome für diese Aufgabe benötigt werden, und formulieren Sie dann, soweit möglich, die relevanten Zusammenhänge in Aussagenlogik.